

بردار در فضا و طول بردار:

مثال: نقاط $A(3, 2, -1)$ و $B(4, 1, 3)$ در فضا مفروض است.

۱. مولفه های بردار AB را بدست آورید.

۲. طول بردار BA را بدست آورید.

تست: اندازه تصویر بردار a روی صفحات xoy و xoz و yoz به ترتیب $\sqrt{7}$ و $\sqrt{12}$ و $\sqrt{13}$ می باشد. اندازه بردار a کدام است.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

تست: حاصل $\vec{BO} + \vec{AB} + \vec{OC}$ کدام است.

\vec{BC} (۴)

\vec{OA} (۳)

\vec{AC} (۲)

$2\vec{AB}$ (۱)

تست: حاصل $3\vec{OA} + 6\vec{BO} + 2\vec{AO} + 5\vec{OB}$ کدام است.

\vec{BA} (۴)

\vec{AB} (۳)

\vec{OB} (۲)

\vec{OA} (۱)

ضرب عدد در بردار:

مثال: اگر \vec{a} (۱ و ۲ و ۳) و \vec{b} (۲ و ۵ و ۳) و $r=2$ باشد حاصل $r\vec{a}-\vec{b}$ را بدست آورید.

ویژگیهای جمع بردارها:

$$a+b=b+a(1)$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c(2)$$

$$a+0=0+a=a(3)$$

$$a+(-a)=(-a)+a=0(4)$$

$$r(a+b)=ra+rb(5)$$

$$(r+s)a=ra+sa(6)$$

$$(rs)a=r(sa)(7)$$

بردار یکه: برای سه محور x, y, z سه بردار به طول واحد وجود دارد که بر این سه محور منطبق می باشند. این سه بردار با نمادهای i و j و k مشخص می گردند که به آنها بردارهای یکه محور های مختصات می گوئیم. مولفه های این سه بردار برابر است با

مثال: بردار \vec{a} (۲ و ۱ و ۳) را بر حسب بردارهای یکه محور های مختصات بنویسید.

دو بردار موازی:

تست: اگر سه نقطه $A(0, -1, a)$ و $B(1, b, 1)$ و $C(4, -2, 2)$ بر یک خط راست واقع باشند حاصل $3a-4b$ کدام است.

$$۸(۴)$$

$$۶(۳)$$

$$۵(۲)$$

$$۷(۱)$$

ضرب داخلی دو بردار: برای دو بردار a و b ضرب داخلی دو بردار را بصورت $a \cdot b$ نمایش می دهیم که حاصل آن یک عدد است و این عدد می تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد.

* اگر اندازه های دو بردار a و b و زاویه بین دو بردار مشخص باشد در این صورت ضرب داخلی دو بردار برابر است با

ویژگیهای ضرب داخلی دو بردار:

مثال: اگر اندازه های دو بردار a و b به ترتیب 2 و 3 و زاویه بین دو بردار 60° باشد مطلوبست
 $(2a-b) \cdot (a+3b)$

مثال: برای سه بردار a, b, c اگر $|a|=2$ و $|b|=3$ و $|c|=1$ باشد با این خاصیت که $a+b+c=0$ مقدار $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ را بدست آورید.

تست: اگر $a+b+c=0$ و $|a|=5$ و $|b|=6$ و $|c|=7$ حاصل $a \cdot c$ کدام است.
 $-18(1)$ $19(2)$ $18(3)$ $-19(4)$

تست: اگر $|a|=3$ و $|b|=4$ و $|c|=6$ و $a+b+c=0$ باشد حاصل $a \cdot b + b \cdot c$ کدام است.
 $-14(1)$ $-15(2)$ $-16(3)$ $-17(4)$

تست: اگر a و b بردارهایی یکه باشند بطوریکه $|\sqrt{2}a + \sqrt{3}b| = \sqrt{7}$ باشد زاویه بین دو بردار a و b کدام است.

$60(1)$ $30(2)$ $120(3)$ $150(4)$

تست: اگر $|a|=4$ و $|b|=3$ و $|a-b|=\sqrt{13}$ باشد، زاویه بین دو بردار a و b کدام است.

$$60^\circ(4)$$

$$30^\circ(3)$$

$$120^\circ(2)$$

$$90^\circ(1)$$

مثال: در مکعب با طول یال a ضرب داخلی دو قطر را بدست آورید.

ضرب داخلی دو بردار بر حسب مولفه های دو بردار:

اگر بردارهای $a(a_1, a_2, a_3)$ و $b(b_1, b_2, b_3)$ در فضا مفروض باشند در این صورت ضرب داخلی دو بردار برابر است با:

مثال: ضرب داخلی دو بردار $a(1-2-4)$ و $b(3-1-3)$ را بدست آورید.

تست: اگر بردارهای $(2-1-m)$ و $(0-1-2)$ قطره های یک لوزی باشند، مساحت لوزی کدام است.

$\sqrt{5}/2(1)$ $\sqrt{5}(2)$ $3\sqrt{5}/2(3)$ 4 به بستگی دارد

تست: اگر دو بردار $a(2-1-3)$ و b موازی باشند و $a.b=28$ آنگاه مجموع مولفه های بردار b کدام است

$12(1)$ $10(2)$ $8(3)$ $6(4)$

تست: در مثلث متساوی الاضلاع ABC به طول ضلع 1 اگر ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد حاصل $AB.AC+AB.AH$ کدام است.

$5/4(1)$ $4/5(2)$ $3/4(3)$ $4/3(4)$

زاویه بین دو بردار: اگر مولفه های دو بردار a و b در فضا معلوم باشد در این صورت زاویه بین دو بردار برابر است با :

مثال: زاویه بین بردارهای $a(۳-۱-۲)$ و $b(۱-۳-۵)$ را بدست آورید.

تست: اگر $A(۱-۲-۵)$ و $B(۳-۱-۷)$ و $C(۴-۱-۵)$ سه راس مثلث ABC باشند، اندازه زاویه A کدام است.

۹۰(۴)

۶۰(۳)

۴۵(۲)

۳۰(۱)

مثال: اگر زاویه بین دو بردار یکه a و b برابر ۶۰ درجه باشد مطلوبست زاویه بین دو بردار $a+b$ و $a-2b$

نکته: اگر زاویه بین دو بردار a و b کمتر از ۹۰ باشد آنگاه $a \cdot b > 0$ و در صورتی که زاویه بین دو بردار بزرگتر از ۹۰ باشد $a \cdot b < 0$

مثال: حدود m را طوری بدست آورید تا زاویه بین دو بردار $(۳-1-m)$ و $(۲-۱-۴)$ منفرجه گردد.

تصویر بردار a روی b :

مثال: تصویر بردار $(3a-2b)$ را روی بردار $(a+b)$ بدست آورید.

مثال: بردارهای $(a-1)$ و $(a+b)$ مفروضند. تصویر بردار $a-b$ را روی بردار $a+2b$ بدست آورید.

تست: a و b دو بردار غیر صفر و نا هم راستا هستند. اگر a' تصویر a بر b و نیز b' تصویر b بر a باشد حاصل $\frac{a.b'+b.a'}{a.b}$ برابر کدام است.

۰(۴

۴(۳

۲(۲

۱(۱

نامساوی کوشی-شوارتس:

مثال: اگر $4x-2y+6z=12$ باشد کمترین مقدار عبارت $4x^2+y^2+9z^2$ را بدست آورید.

ضرب خارجی:

برای دو بردار a و b ضرب خارجی دو بردار را بصورت $a \times b$ نمایش می دهیم که حاصل آن یک بردار است و این بردار بر هر دو بردار a و b و در نتیجه بر صفحه بردارهای a و b عمود است.

* اگر جهت چرخش چهار انگشت دست راست از بردار a به سمت بردار b باشد در این صورت انگشت شست بردار $a \times b$ را نمایش می دهد.

* اگر اندازه های دو بردار a و b و زاویه بین دو بردار مشخص باشد در اینصورت ضرب خارجی دو بردار برابر است با :

ویژگی های ضرب خارجی دو بردار:

مثال: اگر $(1 و 2 و 3) a$ و $(1 و 2 و 3) b$ باشند بردار $a \times b$ را تشکیل دهید.

مثال: در متوازی الاضلاع ABCD اگر $\overrightarrow{AB}=a$ و $\overrightarrow{AD}=b$ اضلاع متوازی الاضلاع باشند حاصل $AC \times BD$ کدام است.

تست: اگر $|V_1 \times V_2|=4$ باشد اندازه بردار $(V_1+V_2) \times (3V_1-V_2)$ کدام است.

۸(۱) ۰(۲) ۱۶(۳) ۴(۴)

تست: اگر $a-2b+3c=0$ و $|a \times c|=2$ آنگاه $|b \times a|$ کدام است.

۳(۱) ۲(۲) ۱,۵(۳) ۰,۵(۴)

تست: سه بردار a, b, c بطول واحد مفروضند. اگر زاویه بین دو بردار b و c برابر 60° باشد و زاویه بین بردار a با صفحه بردار های b و c برابر 60° باشد حاصل $a \cdot (b \times c)$ کدام است.

$\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

تست: اگر $(a-m)$ و $(a+2b)$ مفروض باشند و $(a-2b) \cdot (3a \times b) = 0$ باشد مقدار m کدام است.

۱(۱) $-1(2)$ $2(3)$ $4(4)$ هر مقدار m

تست: زاویه بین دو بردار a و b کمتر از 90° است. اگر $|a|=6$ و $|b|=5$ و $|a \times (a+b)|=18$ حاصل $a \cdot (a+b)$ کدام است.

۱(۱) $54(2)$ $60(3)$ $64(4)$

تست: اگر CD موازی AB باشد و نقطه M از C به D حرکت کند بردار ضرب خارجی $AM \times AB$ چگونه تغییر می کند.

۱) طول آن کم میشود ولی جهت تغییر نمی کند.

۲) طول ثابت است ولی جهت تغییر می کند

۳) طول و جهت ثابت است.

۴) طول و جهت تغییر می کند.

مساحت متوازی الاضلاع:

اگر بوسیله دو بردار a و b متوازی الاضلاع ساخته شود مساحت متوازی الاضلاع برابر است با

مثال: بردارهای $(1, 1)$ و a و $(2, 2)$ و b مفروض است. مساحت متوازی الاضلاع را بیابید که با بردارهای $a-b$ و $3a+4b$ ساخته می شود.

مساحت مثلث:

اگر بوسیله دو بردار a و b مثلثی ساخته شود در این صورت مساحت مثلث برابر است با

مثال: اگر $(1, 2)$ و a و $(2, 0)$ و b باشند مساحت مثلثی را بیابید که بوسیله بردارهای $a-b$ و $4a+5b$ ساخته میشود.

مثال: اگر نقاط $A(2, 2)$ و $B(1, 0)$ و $C(3, 2)$ سه راس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

تست: دو بردار a و b با طولهای ۳ و ۴ واحد با یکدیگر زاویه ۳۰ می سازند. مساحت مثلثی که بوسیله دو بردار $a-2b$ و $3a+2b$ ساخته می شود کدام است.

۴۸(۴)

۴۲(۳)

۳۶(۲)

۲۴(۱)

تست: اگر $a-b+c=0$ و $|a|=5$ و $|b|=6$ و $|c|=7$ باشد حاصل $|b \times c|$ کدام است.

۳۷/۶(۴)

۱۲۷/۶(۳)

۶۷/۶(۲)

۲۴۷/۶(۱)

ضرب مختلط سه بردار:

* اگر سه بردار در یک صفحه باشند در این صورت ضرب مختلط سه بردار صفر است.

مثال: آیا بردارهای $(1, 9, 1)$ و $(3, 1, 1)$ و $(1, 3, 2)$ در یک صفحه اند.

تست: اگر سه بردار $(1, m, 1)$ و $(2, 1, 0)$ و $(1, 1, 3)$ در یک صفحه باشند مقدار m کدام است.

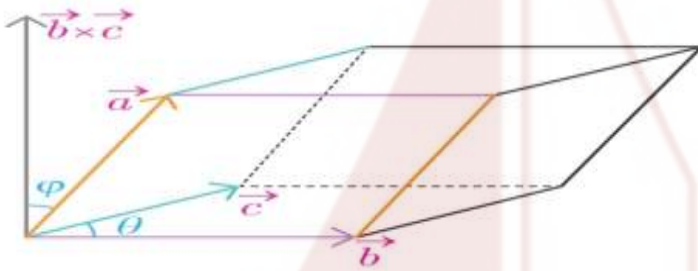
-۱(۴)

۱(۳)

۲(۲)

-۲(۱)

حجم متوازی السطوح: اگر بوسیله سه بردار a و b و c متوازی السطوح ساخته شود در این



صورت حجم آن برابر است با:

مثال: حجم متوازی السطوحی را بدست آورید که توسط بردارهای $(0, 1, 0)$ و $(1, 0, 1)$ و $(1, 1, 0)$ تولید میشود.

رابطه بین ضرب داخلی و خارجی:

مثال: بردارهای a و b مفروض اند به طوری که $|a|=3$ ، و $|b|=26$ ، و $|a \times b|=72$ مقدار $a \cdot b$ را بدست آورید.

تستهای تکمیلی:

۱. نقاط $A=(۲و۳و۴)$ و $B=(۲و۳و۰)$ مفروض اند. نقطه M بر روی پاره خط AB چنان قرار دارد که بردار $MA=-3MB$. مختصات M کدام است.

$$(۱) (۱-و۳و۱) \quad (۲) (۱-و۳و-۲) \quad (۳) (۲و۳و۱) \quad (۴) (۱و۳و-۱)$$

۲. اگر $AB=(۱و۲و۳)$ و $AC=(۳و۲و۱)$ باشند مختصات BC کدام است.

$$(۱) (۲-و۰و۲) \quad (۲) (۲-و۰و۴) \quad (۳) (۴و۴و۴) \quad (۴) (۲-و۲و۲)$$

۳. چند نقطه در فضا وجود دارد که از نقطه $(۲و-۱و۵)$ به فاصله ۴ واحد بوده و از $(۴و۲و۱)$ به فاصله ۳ واحد باشد.

$$(۱) \text{بی شمار} \quad (۲) ۲ \quad (۳) ۱ \quad (۴) \text{صفر}$$

۴. کدام بردار بر هر دو بردار $i-2j$ و $j-2k$ عمود است.

$$(۱) (۴و۲و۲) \quad (۲) (۱و-۲و۴) \quad (۳) (۱و۰و۲) \quad (۴) (۴و۲و۱)$$

۵. اگر $k(a+b)=2b$ و $|a|=۳$ و $|b|=۱$ باشد، k کدام عدد می تواند باشد.

$$(۱) -۱ \quad (۲) ۱ \quad (۳) -۲ \quad (۴) ۲$$

۶. اگر $|a|=2$ و $|b|=13$ و $a.b=24$ باشد مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $a+b$ و $a-b$ ساخته می شود کدام است.

- ۵(۱) ۱۰(۲) ۲۰(۳) ۴۰(۴)

۷. اگر بردارهای $(1-k)$ و $(3+2)$ و $(-4+2)$ هم صفحه باشند مقدار k کدام است.

- $\frac{-2}{7}$ (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{-3}{7}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴)

۸. فاصله تصویر نقطه $A(1-1)$ روی محور Z ها، از قرینه نقطه A نسبت به صفحه xoy کدام است.

- ۵(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

۹. مساحت مثلثی که با دو بردار $i-j$ و $k+i$ ساخته می شود، کدام است.

- $\sqrt{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۱۰. حجم متوازی السطوح بنا شده بر سه بردار $(1+3)$ ، $(1-1)$ و $(1+2)$ کدام است.

- ۶(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

۱۱. اگر دو بردار $a=(3m,2m-1,m)$ و $b=(0,1-m)$ بر هم عمود باشند، $|a-b|$ کدام است.

- ۴(۴) $\sqrt{13}$ (۳) ۳(۲) $\sqrt{11}$ (۱)

۱۲. بر روی دو بردار $a=2i+j+k$ و $b=k-j$ یک متوازی الاضلاع ساخته شده است. زاویه بین دو قطر متوازی الاضلاع کدام است.

- ۹۰(۴) ۳۰(۳) ۴۵(۲) ۶۰(۱)

۱۳. سه بردار $(1, 3, 1)$ ، $(2, m, 1)$ و $(1, m-1, 1)$ در یک صفحه قرار دارند. m کدام است.

- ۲(۱) ۰(۲) ۱(۳) -۱(۴)

۱۴. مثلث ABC ، مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ است. حاصل عبارت

$(AC \cdot CB)AB - (AB \cdot BC)AC$ کدام است.

- ۴BC(۴) ۴CB(۳) ۲BC(۲) ۲CB(۱)

۱۵. طول تصویر قائم بردار $V=(3i+j) \times (j-k)$ بر صفحه xy ، چند برابر طول تصویر قائم آن بر صفحه yz است.

- $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۱)

۱۶. اگر $|a \times b| = \sqrt{3}$ و $a.b=1$ باشد، طول تصویر قائم بردار a بر راستای بردار b ، چند برابر $|a|$ است.

$$\frac{1}{3}(۴)$$

$$\frac{2}{3}(۳)$$

$$\frac{1}{2}(۲)$$

$$\frac{1}{4}(۱)$$

۱۷. اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند، حداکثر مقدار عبارت $\frac{(4a+b+c)}{4a+b+c}$ کدام است.

$$۶(۴)$$

$$۴(۳)$$

$$۳(۲)$$

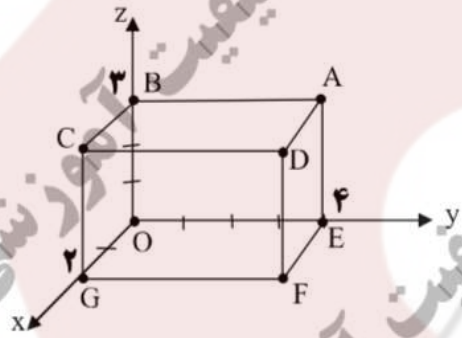
$$۲(۱)$$

سوالات امتحان نهایی:

۲	<p>الف) نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ در فضای \mathbb{R}^3 چه شکلی است؟ و چه ارتباطی با نمودار $X = 0$ دارد؟</p> <p>ب) اگر $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ باشد اندازه بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را به دست آورید.</p>
۲	<p>بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید.</p> <p>ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} پیدا کنید.</p>
۲	<p>الف) در فضای سه بعدی نقطه A روی محور xها به طول ۲ و نقطه B در صفحه yoz با عرض ۳- و ارتفاع ۴ مفروض است. فاصله وسط پاره خط AB تا مبدا مختصات را به دست آورید.</p> <p>ب) اگر طول و عرض و ارتفاع اتاقی ۴ متر و ۵ متر و ۳ متر باشد طول قطر اتاق که دو نقطه مقابل را به هم وصل می کند را به دست آورید.</p>
۲	<p>بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید.</p> <p>ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} پیدا کنید.</p>
۱/۵	<p>بردارهای \vec{a} و \vec{b} مفروض اند به طوری که $\vec{a} = 3$ و $\vec{b} = 26$ و $\vec{a} \times \vec{b} = 72$ اگر زاویه بین بردارها کمتر از قائمه باشد، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را به دست آورید.</p>

۱/۵	<p>به سؤالات زیر پاسخ دهید .</p> <p>الف) معادلهٔ صفحه‌های را بنویسید که از نقطه $A = (2, 3, 4)$ بگذرد و با صفحه xOy موازی باشد.</p> <p>ب) معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ مربوط به کدام محور است؟</p> <p>پ) در فضای \mathbb{R}^3، نقطه A به طول ۲ روی محور طولها و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض‌اند مختصات وسط AB را بیابید.</p>	۱۱
۱	<p>اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (1, 2, 1)$ باشد، طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را به دست آورید.</p>	۱۲
۱/۲۵	<p>بردارهای $\vec{a} = (1, -3, 2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, -5)$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} به دست آورید.</p> <p>ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} بنویسید.</p>	۱۳
۱	<p>ثابت کنید: دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} با هم موازی هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$.</p>	۱۴
۱	<p>مقدار m را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{a} = (1, m, -1)$، $\vec{b} = (2, 3, -1)$ و $\vec{c} = (1, -1, 3)$ در یک صفحه باشند.</p>	۱۵
۱/۲۵	<p>اگر طول بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب ۴ و ۶ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشد، مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید.</p>	۱۶

۱	نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضا در نظر می‌گیریم. کدام‌ها روی خط $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟	۱۳
۱/۵	دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱۴
۱	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه \vec{a} و \vec{b} برهم عمودند.	۱۵
۱	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} بیابید.	۱۶
۱	مساحت متوازی الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می‌آید.	۱۷

۱/۵	 <p>وجه‌های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت‌هایی از صفحات به معادلات $x=0, x=2, y=0, y=4, z=0, z=3$ هستند. الف) مختصات نقطه A را مشخص کنید. ب) معادلات مربوط به یال AD و وجه CDFG را بنویسید.</p>	۱۲
۱/۵	بردارهای $\vec{a} = (1, 2, 3)$ و $\vec{b} = (-2, 0, 2)$ مفروض‌اند: الف) تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} را به دست آورید. ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱۳
۱/۵	اگر $A = (-1, 2, 0)$ و $B = (1, 0, -1)$ و $C = (0, -1, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱۴
۱	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ باشد، ثابت کنید: $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} ^2$	۱۵

۱/۲۵	نقاط $A(3, 1, 2)$ و $B(3, -2, 2)$ در \mathbb{R}^3 مفروض‌اند. الف) طول پاره خط AB را به دست آورید. ب) معادلات مربوط به پاره خط AB را بنویسید.	۱۳
۱/۲۵	ثابت کنید اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} در یک راستا باشند آنگاه تصویر قائم \vec{a} بر امتداد \vec{b} ، برابر خود \vec{a} می‌شود.	۱۴
۱	اگر \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} بردارهای واحد در \mathbb{R}^3 باشند، حاصل $(\vec{j} \times \vec{k}) \cdot \vec{i}$ را به دست آورید.	۱۵
۲	سه بردار $\vec{a} = (2, 3, 1)$ و $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ و $\vec{c} = (2, 1, -2)$ مفروض‌اند. الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و \vec{c} را به دست آورید. ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} تولید می‌شود را به دست آورید.	۱۶

۱/۵	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) معادله صفحه‌های را بنویسید که از نقطه $A = (2, 3, 4)$ بگذرد و با صفحه xoy موازی باشد. ب) معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ مربوط به کدام محور است؟ پ) در فضای \mathbb{R}^3 ، نقطه A به طول ۲ روی محور طولها و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض‌اند مختصات وسط AB را بیابید.	۱۱
۱	اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (1, 2, 1)$ باشد، طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را به دست آورید.	۱۲
۱/۲۵	بردارهای $\vec{a} = (1, -3, 2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, -5)$ را در نظر بگیرید. الف) تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} به دست آورید. ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} بنویسید.	۱۳
۱	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} با هم موازی هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$.	۱۴
۱	مقدار m را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{a} = (1, m, -1)$ ، $\vec{b} = (2, 3, -1)$ و $\vec{c} = (1, -1, 3)$ در یک صفحه باشند.	۱۵
۱/۲۵	اگر طول بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب ۴ و ۶ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشد، مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید.	۱۶