



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۲۴
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم												
1	قانون شرکت پذیری $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ را به کمک جدول ارزش گزاره‌ها اثبات کنید.	1/25												
2	برای هر مجموعه دلخواه مانند A با مرجع U ثابت کنید: $\emptyset \subseteq A$.	1/25												
3	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید. $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$	2												
4	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، ثابت کنید: $P(A' \cup B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$.	1												
5	تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که وقوع هر عدد، متناسب با عدد روی تاس است. مطلوب است احتمال این که این تاس زوج بیاید.	1												
6	در دو ظرف مشابه به ترتیب در ظرف اول ۶ مهره سفید و ۱۸ مهره سیاه و در ظرف دوم ۳ مهره سفید و ۱۵ مهره سیاه وجود دارد. از ظرف اول ۷ مهره و از ظرف دوم ۵ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف آخر یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن را بیابید که مهره آخر سفید باشد.	1/25												
7	اگر فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $P(\{1, 2\}) = \frac{2}{5}$ و $P(\{1, 2, 3, 4\}) = \frac{3}{5}$ باشد، مطلوب است احتمال وقوع پیشامدهای زیر: الف) $A = \{1, 2, 5\}$ ب) A'	1												
8	از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به تصادف بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آن که: الف) هر سه لامپ سالم باشند. ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.	1/25												
9	اگر تعداد داده‌های آماری در جدول روبه‌رو ۲۰ باشد فراوانی مطلق دسته سوم و فراوانی نسبی دسته چهارم کدام است؟	1												
	<table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> <tr> <td>درصد فراوانی نسبی</td> <td>%۳۵</td> <td>%۲۰</td> <td>%۲۵</td> <td>x</td> </tr> </table>	x_i	۲	۳	۵	۶	درصد فراوانی نسبی	%۳۵	%۲۰	%۲۵	x			
x_i	۲	۳	۵	۶										
درصد فراوانی نسبی	%۳۵	%۲۰	%۲۵	x										
10	معدل ۶ درس یک دانش‌آموز برابر ۱۷ بوده است. اگر دو نمره ۱۹ و ۱۵ را به نمرات او اضافه کنیم، معدل جدید دانش‌آموز چه قدر است؟	1												
11	در جدول مقابل تفاضل مد از میانگین چه قدر است؟	1/5												
	<table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>۱۲</td> <td>۱۴</td> <td>۱۶</td> <td>۱۸</td> <td>۲۰</td> </tr> <tr> <td>f_i</td> <td>۷</td> <td>۱۲</td> <td>۹</td> <td>۷</td> <td>۵</td> </tr> </table>	x_i	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	f_i	۷	۱۲	۹	۷	۵	
x_i	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰									
f_i	۷	۱۲	۹	۷	۵									
12	در داده‌های ۲۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴ و ۱۸ میانگین داده‌های بیشتر از چارک اول و کم‌تر از چارک دوم را محاسبه کنید.	1/5												
13	در جدول فراوانی مقابل واریانس داده‌ها چه قدر است؟	1												
	<table border="1"> <tr> <td>مرکز دسته</td> <td>۱۲</td> <td>۱۵</td> <td>۱۸</td> <td>۲۱</td> <td>۲۴</td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۹</td> <td>۷</td> <td>۲</td> </tr> </table>	مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲	
مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴									
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲									
14	روش‌های گردآوری داده‌ها را بیان کرده و دو مورد را به دلخواه تعریف کنید.	1												
15	نمونه‌گیری خوشه‌ای را تعریف کرده و یک مثال مناسب بزنید.	1												
16	داده‌های مقابل نمرات ۲۴ دانش‌آموز از ۱۰۰ نمره است. الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید. ب) اگر انحراف معیار جامعه ۶ باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصدی را برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.	2												
	<p>، ۷۵، ۷۴، ۷۳، ۷۱، ۷۰، ۶۷، ۷۵، ۷۹، ۷۸، ۷۸، ۷۸، ۷۷، ۷۵، ۸۰، ۸۷، ۸۶، ۸۶، ۸۳، ۸۲، ۸۲، ۸۱، ۹۱</p>													



جمهوری اسلامی ایران
وزرات آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم رشته : ریاضی	امتحانات نوبت دوم نام درس : آمار و احتمال	نام دبیر : آقای گروسی تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۲۴ زمان پاسخگویی : ۱۲۰ دقیقه
موفق باشید		۲۰





جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۲۴
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : دقیقه

امتحانات نوبت دوم
نام درس : کلید آمار و احتمال

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$(q \vee r)$	$p \vee (q \vee r)$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

-۱

ستون‌های پنجم و هفتم دقیقاً مثل هم هستند، پس: $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

۲- برای اثبات درستی $\emptyset \subseteq A$ باید نشان دهیم که ارزش گزاره شرطی:

$$\forall x; (x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$$

همواره درست است. چون در این گزاره شرطی ارزش مقدم یعنی $x \in \emptyset$ نادرست

است پس طبق جدول ارزش گزاره شرطی دیگر ارزش تالی یعنی $x \in A$ مهم نیست و

ارزش کل گزاره همواره درست است. (این اصل را انتفای مقدم نامند.)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :

پایه : یازدهم

رشته : ریاضی

امتحانات نوبت دوم

نام درس : کلید آمار و احتمال

نام دبیر : آقای گروسی

تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۲۴

زمان پاسخگویی : دقیقه

۳- ابتدا اجتماع اولی را ساده می‌کنیم:

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B)$$

$$A \cap (B' \cup B) = A \cap (\text{مرجع}) = A$$

از فاکتور می‌گیریم:

$$\Rightarrow A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A')$$

در ادامه داریم:

$$= (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap (\text{مرجع}) = A \cup B$$

از قانون پخشی استفاده می‌کنیم:

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B)$$

۴- طبق قانون اجتماع:

اما $P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$ و $P(A') = 1 - P(A)$ در نتیجه با جای گذاری در صورت سؤال داریم:

$$1 - P(A) + P(B) - P(B) + P(A \cap B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$$

۵- طبق فرض اگر $P(1) = x$ در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$P(2) = 2x \quad P(3) = 3x \quad P(4) = 4x \quad P(5) = 5x \quad P(6) = 6x$$

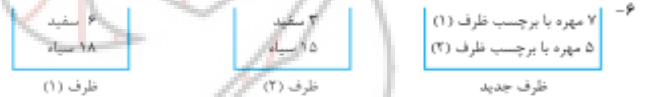
از طرفی $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$ لذا:

$$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$$

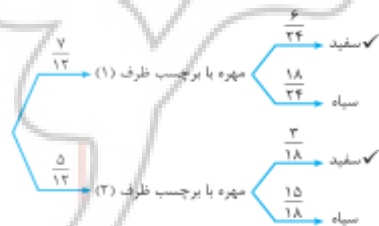
$$\Rightarrow 21x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21}$$

$$P(\text{زوج آمدن}) = P(2) + P(4) + P(6)$$

$$= 2x + 4x + 6x = 12x = 12 \left(\frac{1}{21} \right) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$



ابتدا ۷ مهره انتخابی از طرف ۱ یا با برجسب طرف ۱ و ۵ مهره انتخابی از طرف ۲ را با برجسب طرف ۲ در ظرف جدید بریزیم. سپس از این ظرف یک مهره برمی‌داریم:



$$P(\text{سفید}) = \frac{7}{12} \times \frac{6}{24} + \frac{5}{12} \times \frac{3}{18} = \frac{7}{12} \times \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \times \frac{1}{6} = \frac{21+10}{12 \times 12} = \frac{31}{144}$$

۷- الف) طبق فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ داریم:

$$P(\{1, 2, 3, 4\}) + P(\{5\}) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} + P(\{5\}) = 1 \Rightarrow P(\{5\}) = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = P(\{1, 2\}) + P(\{5\}) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

اما $A = \{1, 2, 5\}$ پس:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

ب)

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2} = 84$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3}}{84} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$$

الف) هر سه سالم:

ب) حداقل ۲ سالم $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ سالم و } 2 \text{ سالم} \\ 2 \text{ سالم} \end{array} \right\}$

$$P(B) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{3}}{84} = \frac{30+4}{84} = \frac{34}{84}$$

۹- مجموع درصد فراوانی نسبی باید ۱۰۰ شود، پس:

$$\frac{35}{100} + \frac{20}{100} + \frac{25}{100} + x = 100 \Rightarrow x = 20$$

در دسته سوم ۲۵٪ داده‌ها قرار دارند تعداد داده‌ها ۲۰ تا است، پس:

$$f_r = \frac{25}{100} \times 20 = 5 \quad f_f = \frac{20}{100} \times 20 = 4 \Rightarrow F_r = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

۱۰-

$$\text{معدل} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_p}{p} = 17 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_p = 6 \times 17 = 102$$

$$\text{معدل جدید} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_p + 15 + 19}{8} = \frac{102 + 15 + 19}{8} = \frac{136}{8} = 17$$

۱۱- مد داده با بیشترین فراوانی، پس مد = ۱۴. برای محاسبه میانگین، هر عدد را در فراوانی‌اش ضرب کرده سپس بر تعداد اعداد (مجموع فراوانی‌ها) تقسیم می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{7 \times 12 + 12 \times 14 + 9 \times 16 + 7 \times 18 + 5 \times 20}{7 + 12 + 9 + 7 + 5}$$

$$= \frac{84 + 168 + 144 + 126 + 100}{40} = \frac{622}{40} = 15.55$$

$$\Rightarrow |14 - 15.55| = 1.55$$

۱۲- ابتدا اعداد را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۰، ۲۱، ۲۴، ۲۵، ۲۶

تعداد داده‌ها، $n = 12$ زوج است پس میانگین دو عدد وسطی همان Q_p یا میانه است.

$$Q_p = \frac{18 + 20}{2} = 19$$

۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۸

داده‌های قبل از Q_p عبارت‌اند از:

همانند بالا اگر میانه حساب کنیم چارک اول یا Q_1 به دست می‌آید:

$$Q_1 = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

داده‌های بیشتر از چارک اول و کم‌تر از چارک دوم (میانه) عبارت‌اند از: ۱۵، ۱۶، ۱۸

۱۳- ابتدا میانگین موزون را حساب می‌کنیم: برای این کار هر عدد باید در فراوانی‌اش ضرب شود.

$$\bar{x}_w = \frac{4 \times 12 + 3 \times 15 + 9 \times 18 + 7 \times 21 + 2 \times 24}{4 + 3 + 9 + 7 + 2}$$

$$= \frac{48 + 45 + 162 + 147 + 48}{25} = \frac{450}{25} = \frac{1800}{100} = 18$$

$$\sigma^2 = \frac{(12-18)^2 \times 4 + (15-18)^2 \times 3 + (18-18)^2 \times 9}{25}$$

$$+ \frac{(21-18)^2 \times 7 + (24-18)^2 \times 2}{25}$$

$$= \frac{144 + 27 + 0 + 63 + 72}{25} = \frac{306}{25} = \frac{1224}{100} = 12.24$$

۱۴- مشاهده، مصاحبه، پرسش‌نامه، دادگان‌ها

مشاهده: گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو

مصاحبه: بین دو نفر صورت می‌گیرد یکی مصاحبه‌گر و دیگری پاسخ‌گو

پرسش‌نامه: مجموعه سؤالات از قبل تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود.

دادگان‌ها، شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است.

۱۵- نمونه‌گیری خوشه‌ای: نمونه‌گیری است که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها هستند. سپس همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.

در نظرخواهی از دانش‌آموزان مدارس منطقه ۱۳ شهر تهران، ابتدا لیستی از مدارس این منطقه تهیه کرده، هر مدرسه شامل گروهی از دانش‌آموزان است (خوشه‌ها) سپس می‌توان یک نمونه تصادفی از مدارس (خوشه‌ها) انتخاب کرد و با نمونه تصادفی ساده‌ای از دانش‌آموزان آن مصاحبه کرد.



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	نام درس : کلید آمار و احتمال	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۲۴
رشته : ریاضی		زمان پاسخگویی : دقیقه

۱۶- $\bar{x} = \frac{\text{مجموع اعداد}}{۲۴} = \frac{۱۸۷۷}{۲۴} \approx ۷۸$

$\sigma^2 = \frac{۹+۱۶+۲۵+۴۹+۴۹+۶۴+۱۲۱+۹+۱+۱+۹+۴}{۲۴}$

$+ \frac{۸۱+۶۴+۶۴+۲۵+۱۶+۱۶+۹+۱۶۹}{۲۴} = \frac{۸۰۱}{۲۴} \approx ۳۳/۳ \Rightarrow \sigma^2 = ۳۳/۳$

$\Rightarrow \sigma_{\text{نمونه}} \approx \sqrt{۳۳/۳} \approx ۵/۷۷$

ب) $\bar{x}_{\text{نمونه}} = ۷۸$ $\sigma_{\text{جامعه}} = ۶$

$۷۸ - \frac{۲(۶)}{\sqrt{۲۴}} \leq \mu \leq ۷۸ + \frac{۲(۶)}{\sqrt{۲۴}} \Rightarrow ۷۸ - \sqrt{۶} \leq \mu \leq ۷۸ + \sqrt{۶}$

$\sqrt{۶} \approx ۲/۴۵ \rightarrow ۷۸ - ۲/۴۵ \leq \mu \leq ۷۸ + ۲/۴۵$

$\Rightarrow ۷۵/۵۵ \leq \mu \leq ۸۰/۴۵ \Rightarrow \mu \in (۷۵/۵۵, ۸۰/۴۵)$