جمهوری اسلامی ایران

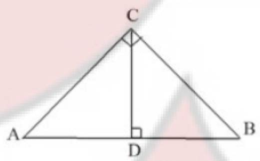
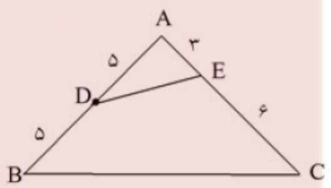
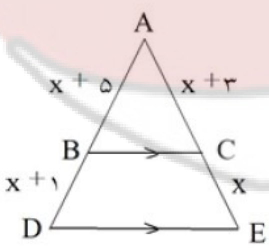
وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

دبیرستان غیردولتی مُوحد

امتحانات — دبیرستان غیر دولتی موحد

نام و نام خانوادگی :	**امتحانات نوبت اول**	نام دبیر : آقای گروسی
پایه :دهم	**نام درس : هندسه**	تاریخ امتحان :
رشته : ریاضی		زمان پاسخگویی : ۹۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم
1	مراحل رسم عمودمنصف یک پاره‌خط را توضیح دهید.	1.5
2	مربعی رسم کنید که طول قطرهای آن برابر با ۴ سانتی‌متر است؟	1.5
3	رابطه‌ی «در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع با عکس نسبت ارتفاع وارد بر آن‌ها برابر است» را اثبات کنید.	2
4	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید: «از یک نقطه خارج خط فقط یک عمود می‌توان رسم کرد.»	1.5
5	با استدلال استنتاجی ثابت کنید که سه عمودمنصف هر مثلث همرس هستند.	2
6	درست یا نادرست بودن جمله‌های زیر را مشخص کنید. الف) دو چند ضلعی را متشابه گوییم هرگاه تمام زاویه‌هایشان نظیر به نظیر برابر باشند. درست ☐ نادرست ☐ ب) دو شکل هم‌نهشت با هم متشابه‌اند. درست ☐ نادرست ☐	1
7	عکس قضیه‌ی تالس را بیان و آن‌را اثبات کنید.	2
8	ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است.	1.5
9	با توجه به شکل ثابت کنید که: $DC^{۲} = AD \times DB$ 	2
10	طول اضلاع یک مثلث به‌ترتیب ۶ و ۸ و ۹ است و طول کوچک‌ترین ضلع مثلث متشابه با آن برابر با ۸ است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.	1.5
11	در شکل زیر مطلوب است محاسبه $\frac{S_{\overset{\Delta}{ADE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}$: 	1.5
12	مقدار x را حساب کنید، اگر $DE \parallel BC$ باشد. 	2
	موفق باشید	۲۰

۱) فرض کنیم ABC و A'B'C' دو مثلث متشابه که نسبت تشابه آن‌ها k است. هم‌چنین AH و A'H' ارتفاع‌های وارد بر BC و B'C' هستند. می‌دانیم نسبت بین ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه همان k می‌شود.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=\frac{\cancel{\frac{1}{2}}AH.BC}{\cancel{\frac{1}{2}}A'H'.B'C'}=\left(\frac{AH}{A'H'}\right).\left(\frac{BC}{B'C'}\right)=k.k=k^{2}$$

۲) در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر آن‌را به دو مثلث متشابه تقسیم می‌کند. بنابراین داریم:

$$\Delta ADC\sim\Delta DCB\Rightarrow\frac{CD}{DB}=\frac{AD}{CD}\Rightarrow CD^{2}=AD.DB$$

۳) نسبت تشابه برابر است با $\frac{۳}{۴}=\frac{۶}{۸}$ که همان نسبت بین محیط است:

محیط مثلث اول $۱۳+۸+۶=۲۷$

محیط مثلث دوم $\frac{۲۷}{x}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow x=\frac{۴\times \cancel{۲۷}^{۹}}{\cancel{۳}_{۱}}=۳۶$

۴) $$\frac{S_{\overset{\Delta}{ADE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{AD\times AE}{AB\times AC}=\frac{۳\times ۵}{۱۰\times ۹}=\frac{۱}{۶}$$

۵) چون $DE \parallel BC$ است، بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

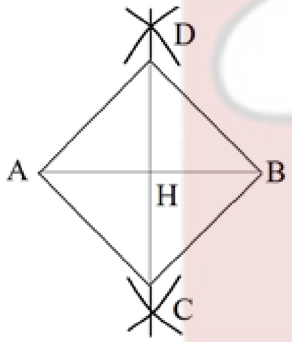
$$\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CE}\Rightarrow\frac{x+۵}{x+۱}=\frac{x+۳}{x}\Rightarrow \cancel{x^{۲}}+۴x+۳=\cancel{x^{۲}}+۵x\Rightarrow x=۳$$

۶) الف) نادرست   ب) درست

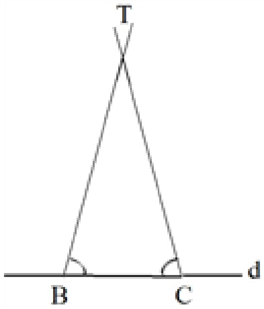
۷) در مربع قطرها عمودمنصف یک‌دیگر و برابر هستند. ابتدا پاره‌خط AB به طول ۴ سانتی‌متر را رسم کرده و سپس عمودمنصف آن‌را رسم می‌کنیم. محل برخورد عمودمنصف و AB را H می‌نامیم.

نقاط D و C را چنان اختیار می‌کنیم که $HD=HC=۲$.

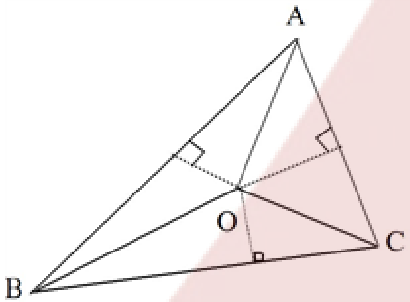
نقاط A، B، C و D را به صورت متوالی به هم وصل می‌کنیم.



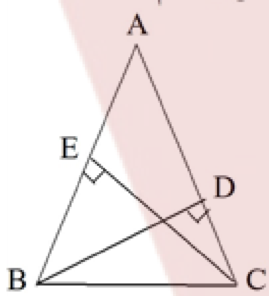
۸ خط d و نقطه‌ی T بیرون خط d مفروض است.
فرض خلف: از نقطه‌ی T دو عمود بر خط d رسم کرده‌ایم. بنابراین دو عمود خط d را در ۲ نقطه‌ی B و C قطع کرده‌اند. بنابراین یک مثلث داریم که مجموع زاویه‌های داخلی آن از ۱۸۰° بیش‌تر خواهد شد و این امکان وجود ندارد. بنابراین از نقطه‌ی T دو عمود نمی‌توان رسم کرد و فقط یک عمود می‌توانیم رسم کنیم.



۹ مثلث دلخواه ABC را رسم می‌کنیم و از آن‌جا که پاره‌خط های AB و AC متقاطع هستند، عمودمنصف آن‌ها نیز با هم در نقطه‌ای مانند O متقاطع هستند.
۱- نقطه‌ی O روی عمودمنصف AC قرار دارد، پس: $OA = OC \quad (۱)$
۲- نقطه‌ی O روی عمودمنصف AB قرار دارد، پس: $OA = OB \quad (۲)$
$(۱),(۲) \Rightarrow OB = OC$
طبق قضیه‌ی عمودمنصف‌ها هر نقطه که فاصله‌ی آن از دو سر پاره‌خط یکسان باشد روی عمودمنصف آن قرار دارد. نتیجه می‌گیریم O روی عمودمنصف BC است پس O محل تلاقی سه عمودمنصف است. بنابراین عمودمنصف‌های اضلاع مثلث همرسند.



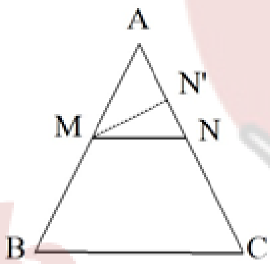
۱۰ ابتدا مثلث ABC و ارتفاع‌های وارد بر دو ضلعش را رسم می‌کنیم و مساحت مثلث ABC را می‌نویسیم.



$$\left.\begin{array}{l} S_{ABC} = \frac{۱}{۲}BD.AC \\ S_{ABC} = \frac{۱}{۲}CE.AB \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۲}BD.AC = \frac{۱}{۲}CE.AB \Rightarrow \frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC}$$

برای ضلع دیگر نیز به همین ترتیب اثبات می‌شود.

۱۱ اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آن‌ها چهار پاره‌خط با اندازه‌های متناظر متناسب جدا کند، آن‌گاه با ضلع سوم مثلث موازی است اثبات از طریق برهان خلف: $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$ و فرض کنیم برخلاف حکم $MN \nparallel BC$، پس از نقطه‌ی M پاره‌خط 'MN را موازی BC رسم می‌کنیم.



حال با توجه به قضیه‌ی تالس داریم: $\frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB}$ با توجه به رابطه‌ی فرض مسئله داریم: $\frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC}$ که از آن نتیجه می‌شود که $AN = AN'$ و بنابراین N بر 'N منطبق است و MN همان 'MN است که موازی BC است.

۱۲ پرگار را به اندازه‌ی بیش از نصف پاره‌خط AB باز کرده و از نقاط A و B دو کمان مساوی رسم می‌کنیم. خط حاصل از اتصال نقاط تقاطع این دو کمان عمودمنصف AB است.