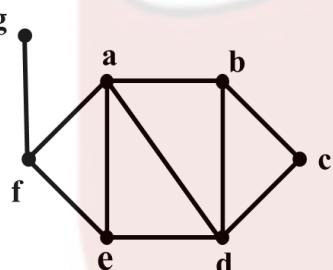


با سمه تعالی

رشنده: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			http://aee.medu.gov.ir
نمره	سوالات با سخن نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		ردیف

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای نانصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+1, 3m+2)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۱/۵	جاهاي خالي را با عبارت مناسب پر کنيد. الف) در يك گراف از مرتبه p ، اگر $\gamma(G)=1$ باشد، در اين صورت حداقل تعداد يالها برابر است. ب) در يك مربع لاتين چرخشی 4×4 مجموع درایه هاي روی قطر اصلی برابر..... است. ج) تعداد توابع يك به يك از يك مجموعه ۳ عضوي به يك مجموعه ۵ عضوي برابر..... است.	۲
۰/۷۵	اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۳
۱	اگر $a 2m+3$ و $a m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۴
۱/۵	باقي‌مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می‌باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۵
۱/۲۵	در معادله سیاله $19y + 15x = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه حل)	۶
۱	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند يال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۷
۰/۷۵	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید.  الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس C در گراف \bar{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۸

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

رشنده: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			http://aee.medu.gov.ir
نمره	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		ردیف

۱/۵	<p>گراف زیر را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) یک مجموعه احاطه‌گر <u>غیر مینیمال</u> با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه‌گری گراف ۲ خواهد شد؟</p>	۹
۱	<p>الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.</p> <p>ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۳ داشته باشد.</p>	۱۰
۱/۷۵	<p>الف) عدد احاطه‌گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.</p> <p>ب) این گراف چند γ-مجموعه دارد؟</p>	۱۱
۰/۷۵	<p>اگر داشته باشیم $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $A = \{7, 8, 9\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟</p>	۱۲
۱/۷۵	<p>معادله $x_۱ + x_۲ + x_۳ + ۲x_۴ = ۱۰$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟</p>	۱۳
۱/۵	<p>قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه‌ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.</p>	۱۴
۱/۵	<p>چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می‌توان نوشت به طوری که هر رمز، <u>حداقل</u> یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی‌باشد)</p>	۱۵
۱/۵	<p>حداقل افراد شرکت کننده در یک همایش چند نفر باشند، تا با اطمینان بتوان گفت که ۵ نفر از آن‌ها در یک ماه متولد شده اند و رقم یکان کد ملی آنها <u>زوج</u> است.</p>	۱۶
۲۰	جمع نمره "موفق باشید"	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱	
۲	الف) ۱ (۰/۵) $p = \frac{5!}{2!} = 60$ ج) ۶۳ (صفحه ۰/۵) ب) ۴ (صفحه ۵۲) (۰/۵)	۱/۵	
۳	(صفحه ۰/۲۵) همواره بدیهی است $x^r + y^r + 1 \geq 2xy - z^r \Leftrightarrow \underbrace{x^r + y^r - 2xy}_{(0/25)} + 1 \geq \underbrace{z^r}_{(0/25)} + 1 \geq 0$	۰/۷۵	
۴	(صفحه ۱۱) $\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} a 11 \rightarrow a = 1, a = 11$	۱	
۵	(صفحه ۱۶) $\begin{cases} a = 5q_1 + 4 & (0/25) \\ a = 4q_2 + 3 & (0/25) \end{cases} \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q_1 + 16 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q_2 + 15 \quad (0/25)$ $\xrightarrow{-} a = 20q' - 1 \quad (0/25) \rightarrow a = 20q'' + 19 \quad (0/25)$	۱/۵	
۶	(صفحه ۲۸) $15x \equiv 7 \quad (0/25) \rightarrow 15x \equiv 45 \quad (0/25) \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \quad (0/25)$ $\rightarrow x = 19k + 3 \quad (0/25) \xrightarrow{k=5} x = 98 \quad (0/25)$	۱/۲۵	
۷	(صفحه ۴۰) $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \quad (0/25) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (0/5)$	۱	
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) (صفحه ۴۱) ب) $abdefa$ یا $abdefa$ (۰/۰) (۰/۲۵) ج) $abcdea$ (۰/۲۵) (صفحه ۰/۲۵)	۰/۷۵	
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) (صفحه ۴۷) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) (۰/۵) در قسمت الف و ب به مجموعه های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵	
۱۰	الف) شکل (ب) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳) 	۱	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																																																
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه																																																	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲																																																	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																																																	
۱۱	$\left(\frac{\Delta}{\Delta+1} \right) \leq \gamma(G) \leq \left[\frac{n}{\Delta+1} \right]$ <p>الف) می‌دانیم $\gamma(G) = 2$ پس داریم $\left(\frac{\Delta}{\Delta+1} \right) \leq \gamma(G) \leq \left[\frac{n}{\Delta+1} \right]$</p> <p>از طرفی مجموعه‌ای مانند $\{e, d\}$ (هر کدام از مجموعه‌های $\{e, b\}$ یا $\{e, c\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است)</p> <p>یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف (G) می‌باشد پس $\gamma(G) \leq 2$</p> <p>بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۵) (فعالیت صفحه ۵۰) (۰/۵) ۳</p>	۱/۷۵																																																	
۱۲	$\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6! \quad (0/75)$ <p>(صفحه ۷۱)</p>	۰/۷۵																																																	
۱۳	$\begin{cases} x_1 = 0 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \xrightarrow{(0/25)} \binom{12}{2} = 66 \quad (0/25) \\ x_1 = 1 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \xrightarrow{(0/25)} \binom{10}{2} = 45 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>(صفحه ۷۱) $66 + 45 = 111 \quad (0/25)$</p>	۱/۷۵																																																	
۱۴	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p>۹</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> <p>→</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr> </table> <p>(۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) (صفحه ۷۲)</p> <p>به مربع‌های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد</p>		a	b	c	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱		a	b	c	شنبه	۱	۳	۲	یکشنبه	۳	۲	۱	دوشنبه	۲	۱	۳		a	b	c	شنبه	۱۱	۲۲	۳۳	یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱	دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳	۱/۵	
	a	b	c																																																
شنبه	۱	۲	۳																																																
یکشنبه	۳	۱	۲																																																
دوشنبه	۲	۳	۱																																																
	a	b	c																																																
شنبه	۱	۳	۲																																																
یکشنبه	۳	۲	۱																																																
دوشنبه	۲	۱	۳																																																
	a	b	c																																																
شنبه	۱۱	۲۲	۳۳																																																
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱																																																
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳																																																
۱۵	$ S = 5^4 \quad (0/25)$ <p>تعداد کل رمزها</p> $ A = 4^4 \quad (0/25)$ <p>تعداد رمزهای فاقد ۳</p> $ B = 4^4 \quad (0/25)$ <p>تعداد رمزهای فاقد ۲</p> $ A \cap B = 3^4 \quad (0/25)$ <p>تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳</p> $ \bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4) \quad (0/5)$ <p>(صفحه ۷۵)</p>	۱/۵																																																	
۱۶	$n = 12 \times 5 = 60 \quad (0/5)$ <p>تعداد حالات یکان زوج کد ملی \times تعداد ماه‌ها = تعداد لانه‌ها</p> $k+1=5 \Rightarrow k=4 \quad (0/25)$ <p>$n=k+1 = 60 \times 4 + 1 = 241 \quad (0/5)$</p> <p>طبق تعمیم اصل لانه کبوتری حداقل ۲۴۱ نفر مورد نیاز است. (صفحه ۸۳) (۰/۲۵)</p>	۱/۵																																																	
۲۰	جمع نمره	۲۰																																																	