



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

بارم	سوالات	ردیف
	نام دبیر: آقای صوابی تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۲ زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی: پایه: یازدهم رشته: تجربی
	<b>امتحان نوبت اول</b> <b>نام درس: ریاضی ۲</b>	
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) دو خط $۴x + ۲y = ۵$ و $۱ - ۲x = y$ بر هم عمودند. ب) استدلالی که از یک حکم کلی، یک مطلب جزئی نتیجه گیری می شود، استدلال استنتاجی نام دارد. ج) معادله $x + \sqrt{x-2} + 2\sqrt{3-2x} = 0$ فاقد ریشه حقیقی است. د) حاصل عبارت $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{12}]$ برابر با ۲۵ است.	۱
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) قرینه نقطه ی ..... نسبت به نقطه $M(۲,-۳)$ بر روی مبدا مختصات قرار میگیرد. ب) صفرهای معادله درجه دوم $۴x^2 - ۳x = ۱$ برابر با ..... و ..... است. ج) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی ..... قرار دارد. د) تابع $f(x) = ۳x^2 - ۵x - ۲$ در بازه های ..... و ..... یک به یک است.	۲
۰.۵	اگر دو خط $۴x + ۳y = ۳$ و $۶y = -۸x + ۱$ بر دایره ای مماس باشند. مساحت دایره را بیابید	۳
۱	نقطه $C(۱,۴)$ ، $B(۳,۲)$ ، $A(۱,a)$ سه راس یک مثلث هستند. مقدار $a$ را طوری بیابید که مثلث در راس $A$ متساوی الساقین باشد.	۴
۱	در معادله $x^2 - ۲x + m = 0$ با ریشه های $\alpha$ و $\beta$ ، ارتباط $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = ۲$ بین ریشه ها برقرار است. ابتدا مقدار $m$ را یافته و سپس مقدار $\alpha^f \beta + \alpha \beta^f$ را بیابید. (مقدار $m$ را منفی فرض کنید).	۵
۱	معادله سهمی زیر را بدست آورید. 	۶
۳	معادلات زیر را حل کنید. الف) $(\frac{x^2}{3} + 1)^2 - ۸(\frac{x^2}{3} + 1) = ۲۰$ ب) $\frac{2}{(x-2)} + \frac{1}{(x+2)} = \frac{x^2-x+6}{x^2-4}$ ج) $\sqrt{x + \sqrt{2x}} + \sqrt{x - \sqrt{2x}} = ۲$ د) $۳[x] + ۲[1 + x] = ۷$	۷
۱.۵	الف) طریقه رسم عمودمنصف یک پاره خط را شرح دهید. ب) ثابت کنید اگر $n \in \mathbb{N}$ و $n^2$ عددی زوج باشد، آنگاه $n$ عددی زوج است. (اثبات به روش برهان خلف)	۸



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	نام دبیر: آقای صوابی
پایه: یازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۲
رشته: تجربی	زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

۹	<p>در شکل داده شده <math>DE \parallel BF</math> و <math>EF \parallel BC</math> است. مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید. سپس نسبت مساحت های مثلث های <math>AFE</math> به <math>ABC</math> را بیابید.</p>
۱۰	<p>ثابت کنید دو مثلث <math>ABC</math> و <math>CDE</math> متشابه اند و سپس مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید.</p>
۱۱	<p>در شکل زیر مقادیر خواسته شده <math>c</math> و <math>d</math> و <math>h</math> را بیابید.</p>
۱۲	<p>اگر دو تابع <math>f(x) = \frac{2}{x+1}</math> و <math>g(x) = \frac{bx+c}{x^2+ax+1}</math> برابر باشند، مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را بدست آورید</p>
۱۳	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x-3} &amp; x \geq 4 \\ 2x + [x+1] &amp; 1 \leq x &lt; 3 \\ 2 + \frac{1}{x+1} &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> را ترسیم کرده و دامنه و برد آن را بدست آورید. (ترسیم کسری و رادیکالی به صورت انتقالی به کمک نمودارهای <math>\sqrt{x}</math> و <math>\frac{1}{x}</math>)</p>
۱۴	<p>وارون پذیری تابع زیر را بررسی و سپس وارون آن را بدست آورید.</p> <p><math>f(x) = \frac{2x+1}{x-2}</math></p>
۱۵	<p>اگر توابع <math>f</math> و <math>g</math> به صورت زیر باشند:</p> <p><math>f = \{(-4, 13), (-1, -2), (0, 6), (3, -5), (4, 0)\}</math>  <math>g = \{(-5, -2), (4, 4), (3, 0), (-2, 5), (-1, 2)\}</math>          الف) مقادیر <math>f - g</math> و <math>\frac{f}{g}</math> و دامنه های آن ها را تعیین کنید و حاصل عبارت <math>\frac{fg}{3f+2g}(-1)</math> را بیابید.</p>
۲۰	موفق باشید

به نام یگانه هستی

باسم نام استقامت زینت ادب ریاضی (۲)

(الف) نادرست      (ب) درست      (ج) درست      (د) درست

(۲) (الف)  $(f-6)$       (ب)  $1, -\frac{1}{4}$       (ج) نسیسار      (د)  $(-\infty, \frac{5}{9}]$  و  $[\frac{5}{9}, +\infty)$

(۳)  $\frac{1-4-(-1)}{\sqrt{1^2+4^2}} = \frac{-2}{\sqrt{17}}$  = فاصله نقطه = قطر

دو نظام معادلاتی:  $\begin{cases} 8x+4y=4 \\ 8x+4y=15 \end{cases}$

مساحت دایره:  $\frac{\pi}{4} \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{\pi}{16}$

(۴)  $AB=AC \rightarrow \sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2} = \sqrt{(x_A-x_C)^2+(y_A-y_C)^2}$

$\sqrt{(1-3)^2+(a-2)^2} = \sqrt{(1-1)^2+(a-4)^2}$

$\rightarrow f+(a-2)^2 = (a-4)^2 \rightarrow f+a^2+f-fa = a^2-8a+16$

A(1,2)

$fa=16 \rightarrow a=2$

$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 2$

$\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2} = 2 \rightarrow \frac{S^2-2P}{P^2} = 2 \rightarrow \frac{f-2m}{m^2} = 2$

$S = -b/a = 2$

$P = c/a = m$

$2m^2 + 2m - f = 0$

$m^2 + m - 2 = 0 \rightarrow (m+2)(m-1) = 0$

$m = 1 / m = -2$

$\alpha^f\beta + \beta^f\alpha = \alpha\beta(\alpha^f + \beta^f) = P(S^f - 2PS) = P(1-4P) \rightarrow m(1-4m)$

$\xrightarrow{m=-2} -2(1-4(-2)) = -f_0$

$y = a(x-0)(x-f)$

نقطه کسبی

$-1 = a(-1-0)(-1-f)$

$\Rightarrow a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{5}$

$y = -\frac{1}{5}x(x-f) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{f}{5}x$

(الف)  $\frac{x^2}{3} + 1 = t$

$t^2 - 8t - 20 = 0 \rightarrow (t-10)(t+2) = 0$

$t=10 \rightarrow \frac{x^2}{3} + 1 = 10 \rightarrow x^2 = 27 \rightarrow x = 3\sqrt{3}$

$t=-2 \rightarrow \frac{x^2}{3} + 1 = -2 \rightarrow x^2 = -9 \rightarrow x = \sqrt{-9}$

ب)  $2x' = (x+2)(x-2)$

$2(x+2) + (x-2) = x^2 - x + 4$

$3x + 2 = x^2 - x + 4 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$

ج)  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 2$   $\xrightarrow{\text{مربع}}$   $x + \sqrt{x+2} + x - \sqrt{x-2} + 2\sqrt{(x+2)(x-2)} = 4$   
 بقع جواب  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 2$   $\times$   $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = \frac{4-2x}{2} = 2-x$

$\xrightarrow{\text{مربع}}$   $x^2 - 2x = (2-x)^2 = 4 + x^2 - 4x$

$x^2 - 2x - x^2 + 4x = 4 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$   $\xrightarrow{\text{عزف}}$

جواب ندارد

د)  $3[x] + 2 + 2[x] = 7$

$5[x] = 5 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow 1 \leq x < 2$

۸ الف) از هر طرف دایره فضا با اندازه کمی بیشتر از نصف آن با کمک یک خط دیگر رسم می کنیم تا این دو کمان هم دیگر را در ۲ نقطه قطع کنند. خط حاوی این دو نقطه عمود نصف است

ب) برهان خلف: فرض کنیم  $n$  عددی فرد است  
 $n = 2k + 1 \rightarrow n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2(k') + 1$   $\rightarrow$  عددی فرد  
 با فرض در تضاد است. پس  $n$  عددی زوج است

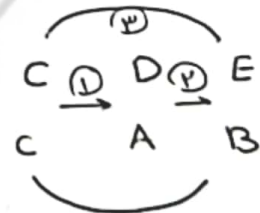
۹  $DE \parallel BF$   $\frac{AD}{DF} = \frac{AE}{BE} \rightarrow \frac{4}{2} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 4$

$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AF}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$

تالس  $EF \parallel BC$   $\frac{AF}{CF} = \frac{AE}{BE} \rightarrow \frac{4}{y} = \frac{1}{4} \rightarrow y = 16$

تساوی  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$   $\left\{ \begin{array}{l} C = C \\ D = A \end{array} \right.$  دوزاوی

متساویند



$\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB} \rightarrow \frac{CD}{x+1} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$BC = 20$   
 $CD = 8$   $\rightarrow$   $BD = 12$

$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{3} \rightarrow x = 2$

۱۰

روابط مثلث  $\rightarrow$  طبق فیثاغورس  $\rightarrow c+d = \sqrt{3^2+4^2} = 5$  (11)

تمام الزاوية  $\rightarrow$

$$\begin{cases} h^2 = cd \\ 14 = d(c+d) \rightarrow d = 2, 12 \\ 9 = c(c+d) \rightarrow c = 1, 8 \\ 3 \times 4 = h(c+d) \rightarrow h = 2, 4 \end{cases}$$

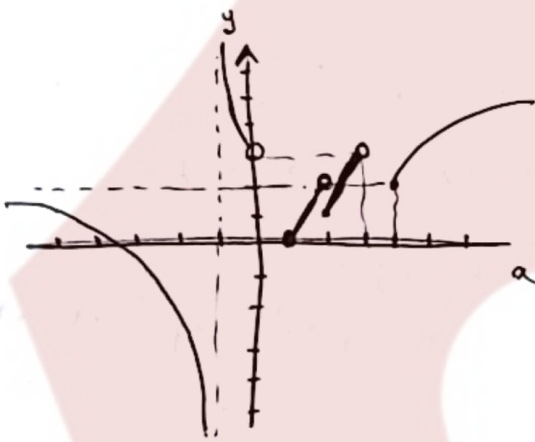
$$D_f = D_g$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{-1\} \xrightarrow[\text{مخرج اصفى}]{-1 \text{ ريسبته مضاعفت}} (-1)^2 + a(-1) + 1 = 0 \rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$g(x) = \frac{bx+c}{(x+1)^2}$$

$$f(x) = g(x) \rightarrow \begin{cases} f(0) = g(0) \rightarrow \boxed{1 = c} \\ f(1) = g(1) \rightarrow 1 = \frac{b+c}{4} \rightarrow b+2 = 4 \rightarrow \boxed{b = 2} \end{cases}$$



$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x-4} & x \geq 4 \\ \sqrt{x} - [x] + 1 & 2 \leq x < 4 \\ \sqrt{x} - [x] + 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 + \frac{1}{x+1} & x < 0 \end{cases}$$

$$R = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

$$\begin{matrix} (a, b) \\ (c, b) \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow a = c \\ \rightarrow b = \frac{2a+1}{a-2} \\ \rightarrow b = \frac{2c+1}{c-2} \end{array} \right. \rightarrow \frac{2a+1}{a-2} = \frac{2c+1}{c-2}$$

$$\rightarrow 2ac - 2a + c - 2 = 2ac + a - 2c - 2$$

$$\rightarrow 2c = 2a - c = a \checkmark$$

طابقه نيز براسه

باي،  $x = \frac{2y+1}{y-2} \rightarrow xy - 2x = 2y+1$

$$xy - 2y = 2x+1 \rightarrow y(x-2) = 2x+1 \rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2} \checkmark$$

$$D_f \cap D_g = \{-1, 2, 4\}$$

$$f-g = \begin{cases} f(-1) - g(-1) = -2 - 2 = -4 \checkmark \\ f(2) - g(2) = -2 - 0 = -2 \checkmark \\ f(4) - g(4) = 0 - 4 = -4 \checkmark \end{cases}$$
 (15)

$$\frac{f}{\sqrt{g}} = \begin{cases} \frac{f(-1)}{\sqrt{g(-1)}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} \checkmark \\ \frac{f(2)}{\sqrt{g(2)}} = \frac{-2}{\sqrt{0}} \times \\ \frac{f(4)}{\sqrt{g(4)}} = \frac{0}{\sqrt{4}} \checkmark \end{cases} \quad D_f = \{-1, 4\}$$

$$\frac{fg}{2f+2g}(-1) = \frac{f(-1) \times g(-1)}{2f(-1) + 2g(-1)} = \frac{-2 \times 2}{2 \times (-2) + 2 \times 2} = \frac{-4}{-2+4} = \frac{-4}{2} = -2$$

مونت باسيه