



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

ردیف	سوالات	بارم
	نام و نام خانوادگی: پایه: دوازدهم رشته: ریاضی	نام دبیر: آقای محمدعلی رضائی تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۲۳ زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه
	امتحانات نوبت اول نام درس: ریاضیات گسسته	
۱	اگر a مضرب 5 نباشد. نشان دهید: « $5 \mid a^4 - 1$ »	۱
۲	نشان دهید که اگر a, b دو عضو مجموعه $\{6k+5 : k \in \mathbb{Z}\}$ باشند، $a^2 + b^2$ به صورت $6m+2$ است.	۱
۳	با برهان خلف ثابت کنید که اگر $\sqrt{6}$ گنگ باشد $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ نیز گنگ است.	۱
۴	با اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$	۱
۵	ثابت کنید: $a \mid b, a \mid c \rightarrow a \mid b - c, a \mid b \times c$	۱
۶	اگر $1 - n^2 \mid 4n + 3$ ، مقادیر صحیح n را بیابید.	۱
۷	اگر $a > 1$ و $a \mid 9k + 4$ و $a \mid 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۸	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد 7 و 8 به ترتیب 5 و 7 باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر 56 بیابید.	۱
۹	اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $a + 2 \mid b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 3)$ بر 8 را بیابید.	۱
۱۰	ثابت کنید: هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند.	۰/۵
۱۱	حاصل هر یک را به دست آورید: ($m \in \mathbb{Z}$) پ) $[(72, 48), 120]$ ب) $(3m+1, 3m+2)$ الف) $([m^2, m], m^5)$	۱
۱۲	ثابت کنید که اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $a \equiv b + km \pmod{m}$	۰/۷۵
۱۳	باقی مانده تقسیم عدد 20^{102} را بر 17 بیابید.	۱/۲۵
۱۴	معادله مقابل را در z حل کنید $423x \equiv 79 \pmod{11}$	۱
۱۵	به چند طریق می توان یک کیسه 50.5 کیلویی را با وزنه های 35 و 50 کیلویی وزن کرد؟	۱/۵



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:		نام دبیر: آقای محمدعلی رضائی	
پایه: دوازدهم		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۲۳	
رشته: ریاضی		زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه	
امتحانات نوبت اول		نام درس: ریاضیات گسسته	
۲		<p>گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) $p(G)$, $q(G)$, $\delta(G)$ و $\Delta(G)$ را مشخص کنید.</p> <p>ب) دنباله گراف را نوشته و مجموع درجات را محاسبه کنید.</p> <p>پ) $N_G(a)$, $N_G[e]$ را بنویسید.</p>	۱۶
۱/۷۵		<p>در یک گراف ۳-منتظم، $p+q=25$ است.</p> <p>الف) p و q را محاسبه کنید.</p> <p>ب) گراف را در حالت همبند و نیز ناهمبند دو قسمتی رسم کنید.</p>	۱۷
۱/۳۵		گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است. مرتبه گراف را مشخص کنید. دنباله‌ای گراف و مکمل آن را بیابید.	۱۸
۲۰		موفق باشید	

نام حوزه امتحانی :

باسمه تعالی

محل مهر رئیس حوزه اجرا

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۲۳

شماره داوطلب :

نام:

نام خانوادگی:

نام آموزشگاه:

نام شهرستان/ناحیه/منطقه:

ساعت شروع:

تعداد صفحه:



دبیرستان غیر دولتی موحد

پاسخنامه امتحانات نوبت اول

درس: ریاضیات گسسته

پایه تحصیلی : یازدهم

در این کادر چیزی ننویسید.

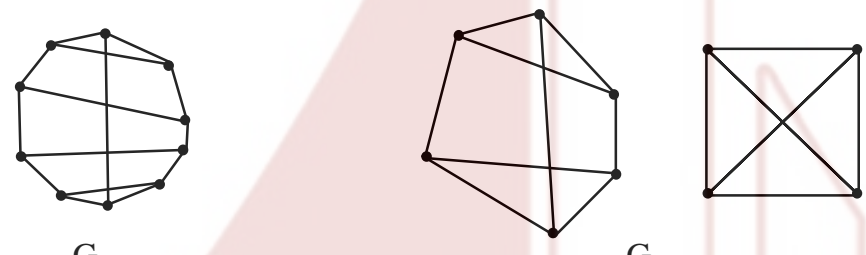
صفحه اول

توجه: پاسخ سوالات را در محل های تعیین شده و در مقابل شماره ها بنویسید

<p style="text-align: right;">-۱</p> $a \neq \Delta k \rightarrow a = \begin{cases} \Delta k + 1 \\ \Delta k + 2 \\ \Delta k + 3 \\ \Delta k + 4 \end{cases} \rightarrow a^2 = \begin{cases} \Delta k^2 + 1 \cdot k + 1 \\ \Delta k^2 + 2 \cdot k + 4 \\ \Delta k^2 + 3 \cdot k + 9 \\ \Delta k^2 + 4 \cdot k + 16 \end{cases} \rightarrow a^2 = \begin{cases} \Delta m + 1 \\ \Delta m - 1 \end{cases} \rightarrow a^4 = \begin{cases} 2\Delta m^2 + 1 \cdot m + 1 \\ 2\Delta m^2 - 1 \cdot m + 1 \end{cases}$ $= \Delta n + 1 \rightarrow \Delta a^4 - 1$	<p>در این کادر چیزی ننویسید.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p style="text-align: center;">۱ - تصحیح اول</p> <p style="text-align: center;">با عدد با حروف</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="border: 1px solid black; width: 45%; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 45%; height: 20px;"></div> </div> <p style="text-align: center;">نام و نام خانوادگی و امضا</p> <p style="text-align: center;">مصحح اول:</p>
<p style="text-align: right;">-۲</p> $a = 6k + 5, b = 6L + 5 \rightarrow a^2 + b^2 = (6k + 5)^2 + (6L + 5)^2$ $= 36k^2 + 6 \cdot k + \frac{24+1}{6} + 36L^2 + 6 \cdot L + \frac{24+1}{6} = 6m + 2$	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>
<p style="text-align: right;">-۳</p> <p>فرض می کنیم $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ گنگ نباشد پس گویا است یعنی $\frac{a}{b} = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ که $a, b \in \mathbb{Z}$</p> $(2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow 8 + 4\sqrt{6} + 3 = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow 4\sqrt{6} = \frac{a^2}{b^2} - 11 \rightarrow \sqrt{6} = \frac{a^2 - 11b^2}{4b^2} = \frac{m}{n} \in \mathbb{Z}$ <p>که با فرض تناقضی دارد پس فرض خلف باطل و حکم صحیح است یعنی $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ گنگ است.</p>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div>
<p style="text-align: right;">-۴</p> $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \xrightarrow{-xz} 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \geq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$ <p style="text-align: right;">که بدیهی و بازگشت پذیر است.</p>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p style="text-align: center;">تجدید نظر نهایی پس از رسیدگی به اعتراضات</p> <p style="text-align: center;">با عدد با حروف</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="border: 1px solid black; width: 45%; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 45%; height: 20px;"></div> </div> <p style="text-align: center;">نام و نام خانوادگی و امضا</p> <p style="text-align: center;">تجدید نظر کننده:</p>

	توجه: پاسخ سوالات را در محل های تعیین شده و در مقابل شماره ها بنویسید	صفحه دوم
	$\left. \begin{aligned} a b &\rightarrow \exists q_1 \in \mathbb{Z} : b = aq_1 \\ a c &\rightarrow \exists q_2 \in \mathbb{Z} : c = aq_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} b-c &= aq_1 - aq_2 = a(q_1 - q_2) = aq' \rightarrow a b-c \\ b \times c &= aq_1 \times aq_2 = a(aq_1q_2) = aq'' \rightarrow a b \times c \end{aligned}$	<p>در این کادر چیزی ننویسید.</p> <p>در این کادر چیزی ننویسید.</p>
	$\left. \begin{aligned} 4n+3 n^2-1 \\ 4n+3 4n+3 \end{aligned} \right\} \rightarrow 4n+3 4(n^2-1) - n(4n+3) \rightarrow 4n+3 -3n-4$ $\left. \begin{aligned} 4n+3 -3n-4 \\ 4n+3 4n+3 \end{aligned} \right\} \rightarrow 4n+3 4(-3n-4) + 3(4n+3) \rightarrow 4n+3 -7 \rightarrow 4n+3 = \begin{cases} 1 \\ -1 \\ 7 \\ -7 \end{cases} \rightarrow n = \begin{cases} -1 \\ 7 \end{cases}$	<p>۳- تصحیح سوم</p> <p>با عدد با حروف</p> <p>نام و نام خانوادگی و امضا مصحح سوم:</p>
	$\left. \begin{aligned} a 9k+4 \\ a 5k+3 \end{aligned} \right\} \rightarrow a \Delta(9k+4) - 9(\Delta k+3) \rightarrow a -7, a > 1 \rightarrow a = 7 \in \text{اعداد اول}$	<p>۷-</p>
	$\left. \begin{aligned} \lambda(a = 7q_1 + 5) \\ \gamma(a = \lambda q_2 + 7) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} \lambda a &= 56q_1 + 40 \\ \gamma a &= 56q_2 + 49 \end{aligned}$ <p>تفاضل $\rightarrow a = 56(q_1 - q_2) - 9 = 56q - 9 + 56 - 56 = 56k + 47 \rightarrow r = 47$</p>	<p>۸-</p>
	<p>$a \in \text{اعداد فرد} \rightarrow a+2 \in \text{اعداد فرد}$ و $b a+2 \rightarrow b \in \text{اعداد فرد}$</p> $a^2 = \lambda k + 1, b^2 = \lambda n + 1 \rightarrow a^2 + b^2 + 3 = \lambda k + \lambda n + 1 + 1 + 3 - \lambda q + 5 \rightarrow r = 5$	<p>۹-</p>
	$\left. \begin{aligned} (a, a+1) = d \rightarrow d a+1 \\ d a \end{aligned} \right\} d (a+1) - a \rightarrow d 1 \rightarrow d = 1 \rightarrow (a, a+1) = 1$	<p>۱۰-</p>
	<p>الف) $([m^2, m], m^5) = m^5$</p> <p>ب) $(3m+1, 3m+2) = d$ $d 3m+2 - 3m-1 \rightarrow d 1 \rightarrow d = 1$</p> <p>پ) $[(72, 48), 120] = [2^3 \times 3, 2^3 \times 3 \times 5] = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$</p>	<p>۱۱-</p>

	$a \equiv b \rightarrow \left. \begin{array}{l} m a-b \\ m mk \end{array} \right\} \rightarrow m a-b-mk \rightarrow m a-(b+mk) \rightarrow a \equiv b+mk \quad -12$
	$2 \cdot 10^2 \equiv 3 \cdot 10^2 \equiv (3^4)^{25} \times 3^2 \equiv (-4)^{25} \times 9 \equiv -4^{25} \times 9 \equiv -(4^2)^{12} \times 4 \times 9 \equiv (-1)^{12} \times 36 \equiv -1 \times 2 \equiv 15$ $3^4 \equiv -4 \quad 4^2 \equiv -1$ <p style="text-align: right;">-13</p>
	$423x \equiv 79 \rightarrow (3-2+4)x \equiv (9-7) \rightarrow 5x \equiv 2 \rightarrow 5x \equiv 2+3 \times 11 \equiv 35 \xrightarrow{\div 5} x \equiv 7 \rightarrow x = 11k + 7$ <p style="text-align: right;">-14</p>
	<p style="text-align: right;">-15</p> <p>۳۵ کیلویی x و ۵۰ کیلویی y: $35x + 50y = 505 \xrightarrow{\div 5} 7x + 10y = 101^*$</p> <p style="text-align: center;">*در</p> $\rightarrow 7x + 10(7k+1) = 101 \rightarrow 7x = -70k + 91 \xrightarrow{\div 7} x = -10k + 13$ $10y \equiv 101 \rightarrow 3y \equiv 3 \xrightarrow{\div 3} y \equiv 1 \rightarrow y = 7k + 1$ $\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \rightarrow -10k + 13 \geq 0 \rightarrow k \leq \frac{13}{10} \\ y \geq 0 \rightarrow 7k + 1 \geq 0 \rightarrow k \geq \frac{-1}{7} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{-1}{7} \leq k \leq \frac{13}{10} \rightarrow k = 0 \text{ یا } 1 \text{ (دو طریق)}$
	<p style="text-align: right;">-16</p> <p>الف: $\Delta(G) = 4, \delta(G) = 0, q(G) = 9, P(G) = 9$</p> <p>ب: $18 = 4 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 =$ مجموع درجات</p> <p>پ) $N_G(a) = \{b, e, g\} \quad N_G = \{e, a, b, d, g\}$ (دنباله) $S_G = 4, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 0$</p>

	<p>(الف-۱۷)</p> $\begin{cases} rp = 2q \rightarrow 3p = 2q \rightarrow q = \frac{3p}{2} \\ p+q=25 \rightarrow p+\frac{3p}{2}=25 \xrightarrow{\times 2} 2p+3p=50 \rightarrow 5p=50 \rightarrow p=10, q=\frac{3 \times 10}{2}=15 \end{cases}$ <p>(ب)</p> 
	<p>۱۸-</p> $q_{kp} = \frac{p(p-1)}{2} = 36 \xrightarrow{\times 2} p(p-1) = 72 \rightarrow p(p-1) = 9 \times 8 \rightarrow p = 9$ <p>$S_G = \lambda, \lambda, \lambda, \lambda, \lambda, \lambda, \lambda, \lambda, \lambda$</p> <p>$S_G = \circ, \circ, \circ, \circ, \circ, \circ, \circ, \circ, \circ$</p>

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ۷- نوشتن ورقه امتحانی برای دانش آموزان دیگر. ۸- رد و بدل کردن یادداشت و روش های مشابه. ۹- مشارکت در تعویض اوراق امتحانی. ۱۰- فرستادن شخص دیگری به جای خود به جلسه امتحان. ۱۱- اخلال در نظم جلسه یا حوزه امتحانی ۱۲- بیرون بردن ورقه امتحانی. | <ul style="list-style-type: none"> ۱- همراه داشتن کتاب، جزوه، یادداشت و سایر وسایل غیرمجاز (اسلحه، بی سیم، تلفن همراه و ...) ۲- گذاشتن هر نوع علامت روی ورقه امتحانی به منظور سوء استفاده ۳- استفاده یا اقدام به استفاده از کتاب، جزوه، یادداشت و سایر وسایل غیرمجاز. ۴- پاسخگویی به سوالات امتحانی از طریق نگاه کردن به ورقه امتحانی دانش آموزان دیگر یا صحبت کردن با آن ها. ۵- استفاده از ورقه امتحانی نوشته شده توسط دانش آموزان دیگر. ۶- افشا یا استفاده از سوالات امتحانی افشا شده یا مشارکت در افشا. |
|---|--|

ماده ۱ موارد تخلف در امتحانات نهایی عبارتند از: