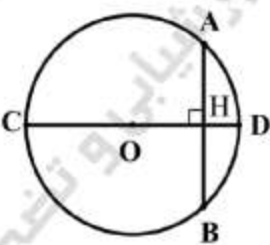
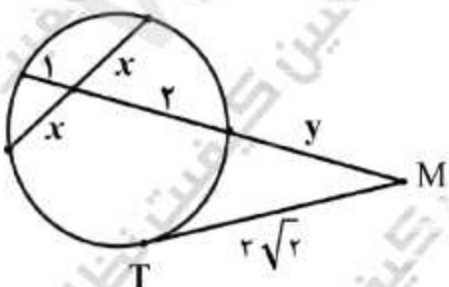
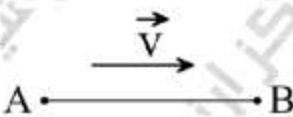
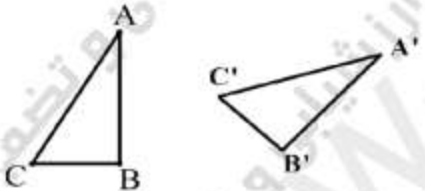
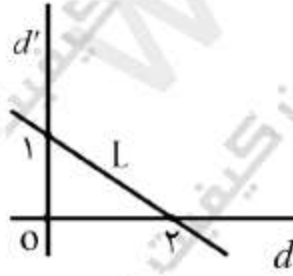
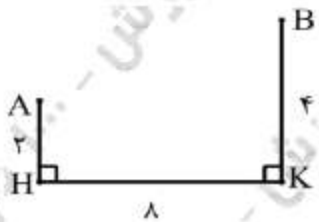
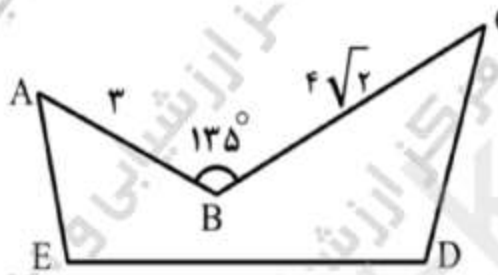
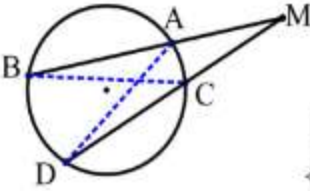
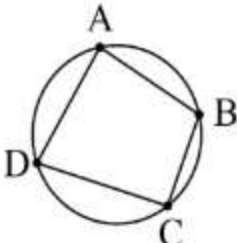
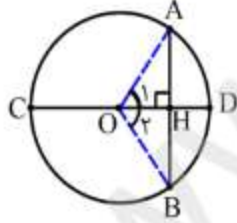
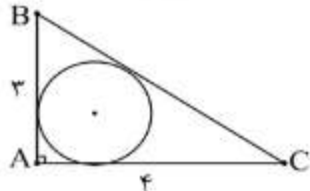


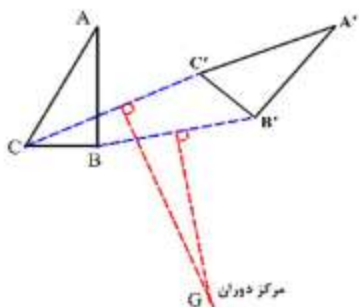
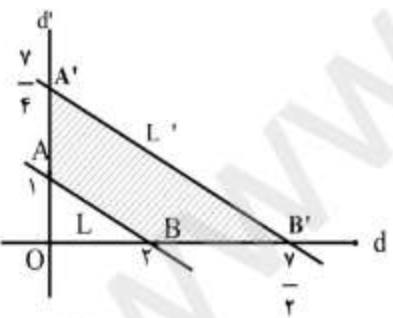
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	نعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			
۱	سؤالات فصل ۱ (الف) هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است. (درست - نادرست) (ب) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع‌های R و R' برابر $2\sqrt{R+R'}$ است. (درست - نادرست) (پ) اندازه هر زاویه ظلی برابر است با اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه. (ت) اگر r_a، r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ برابر است.		
۱.۵	ثابت کنید هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M (بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند، آن‌گاه: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$		
۱.۵	ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آن‌گاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.		
۱.۵	در شکل مقابل وتر AB بر قطر CD عمود است. ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند. 		
۱.۲۵	در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع زاویه قائمه ۳ و ۴، شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه کنید.		
۱.۲۵	در شکل زیر MT به طول $3\sqrt{2}$ مماس بر دایره است. مقادیر عددی x و y را به دست آورید. 		

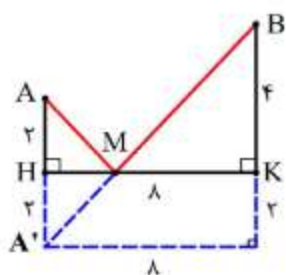
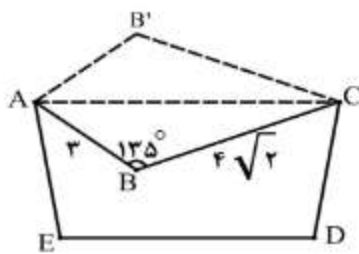
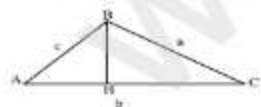
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲		تعداد صفحات: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح										
یازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه										
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳														
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir														
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.													
نمره														
۷	سؤالات فصل ۲ برای هر کدام از عبارات گروه A، تبدیل مناسب را از گروه B انتخاب کنید. (یک مورد از گروه B اضافی است). <table><tr><th>گروه A</th><th>گروه B</th></tr><tr><td>الف) تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی کند.</td><td>دوران</td></tr><tr><td>ب) تبدیلی که نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع است.</td><td>همانی</td></tr><tr><td>پ) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند.</td><td>بازتاب</td></tr><tr><td></td><td>انتقال</td></tr></table>				گروه A	گروه B	الف) تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی کند.	دوران	ب) تبدیلی که نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع است.	همانی	پ) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند.	بازتاب		انتقال
گروه A	گروه B													
الف) تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی کند.	دوران													
ب) تبدیلی که نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع است.	همانی													
پ) تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می کند.	بازتاب													
	انتقال													
۸	با توجه به شکل زیر نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن باهم برابرند. ($\vec{V} \parallel AB$ و اندازه $\vec{V}$ از اندازه پاره خط AB کوچک تر است.) 													
۹	نقاط A'، B' و C' به ترتیب دوران یافته نقاط A، B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید. 													
۱۰	در شکل روبه رو اگر خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{7}{4}$ تصویر کنیم و آن را L' بنامیم، مساحت بین خط L و L' و خطوط d و d' چقدر است؟ 													

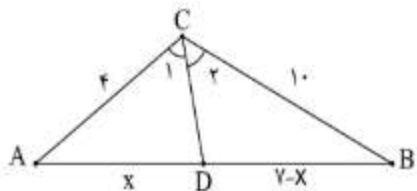
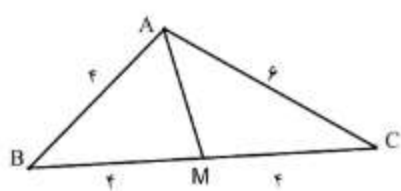
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحات: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
۱۱	با توجه به شکل، نقطه M روی پاره خط HK=۸ را به گونه‌ای بیابید که: الف) مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد. ب) کمترین مقدار عددی AM+MB را محاسبه کنید. 		
۱۲	در شکل زیر، می‌خواهیم بدون آن که محیط تغییر کند، مساحت را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید. 		
۱۳	سؤالات فصل ۳ در مثلث ABC، $BC = 10 \text{ cm}$، $\hat{A} = 30^\circ$، مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟ الف) ۱۰ ب) ۱۵ پ) ۲۰ ت) ۲۵		
۱۴	در مثلث ABC که $(\hat{A} < 90^\circ)$، ثابت کنید، $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$		
۱۵	مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون بیابید.		
۱۶	در مثلث ABC، $AB = 7$، $AC = 4$ و $BC = 10$ است. طول نیمساز داخلی زاویه C را محاسبه کنید.		
۱۷	در مثلث ABC که $AB = 4$، $AC = 6$ و $BC = 8$، نقطه M وسط ضلع BC است. محیط مثلث AMC را به دست آورید.		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	نوبت صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲
ساعت آزمون: ۷:۳۰ صبح	تعداد صفحات: چهار صفحه	باید: یازدهم	دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	راهنمای تصحیح		

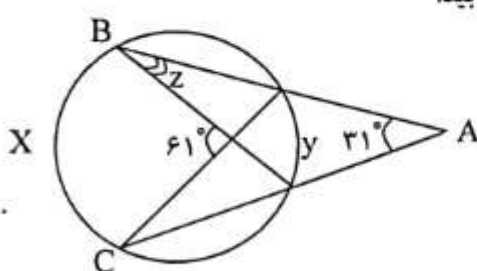
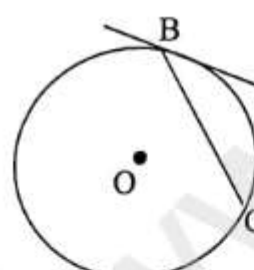
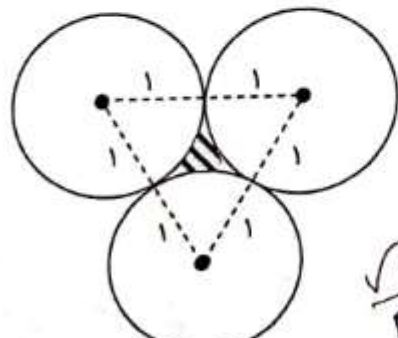
ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۱ از ۴)	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ (ص ۲۹) ب) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۲) پ) نصف ۰/۲۵ (ص ۱۵) ت) $\frac{1}{4}$ ۰/۲۵ (ص ۲۹)	۱
۲	مثلاث های MBC و MAD مشابه هستند. ۰/۲۵  $\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} & ۰/۲۵ \\ \hat{M} = \hat{M} & ۰/۲۵ \end{cases} \xrightarrow{ZZ} \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \rightarrow \frac{MA \times MB}{MD} = \frac{MC \times MD}{MA} \quad ۰/۲۵$ (ص ۱۸)	۱/۵
۳	طبق فرض می دانیم نقاط A, B, C, D روی دایره هستند. ۰/۲۵ (اشاره به محاطی بودن چهارضلعی، از طریق شکل نیز قابل قبول است).  $\begin{cases} \hat{A} = \frac{\widehat{DCB}}{2} & ۰/۲۵ \\ \hat{C} = \frac{\widehat{DAB}}{2} & ۰/۲۵ \end{cases} \rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{DCB} + \widehat{DAB}}{2} = \frac{۳۶۰^\circ}{2} = ۱۸۰^\circ$ (ص ۲۷) به طور مشابه $\hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ$ ۰/۲۵	۱/۵
۴	 $\begin{cases} OA = OB & ۰/۲۵ \\ OH = OH & ۰/۲۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و عمود}} \Delta AOH \cong \Delta BOH \rightarrow$ $\frac{AH = BH}{۰/۲۵} \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BD} \quad ۰/۲۵$ (ص ۱۳)	۱/۵
۵	 $BC = ۵ \quad ۰/۲۵$ $\underbrace{۳ + ۴ + ۵ = ۲P}_{۰/۲۵} \rightarrow p = ۶ \rightarrow S = \frac{۳ \times ۴}{2} = ۶ \quad ۰/۲۵$ $\underbrace{r = \frac{S}{P} = \frac{۶}{۶} = ۱}_{۰/۲۵}$ (ص ۲۵)	۱/۲۵

ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۲ از ۴)	نمره
۶	$\underbrace{x \times x = 2 \times 1}_{+ / 25} \rightarrow \underbrace{x^2 = 2}_{+ / 25} \rightarrow \underbrace{x = \sqrt{2}}_{+ / 25}$ $\underbrace{(2\sqrt{2})^2 = y(y+3)}_{+ / 25} \rightarrow \underbrace{y^2 + 3y - 18 = 0}_{+ / 25} \rightarrow \underbrace{y = 3}_{+ / 25}$ (ص ۱۸)	۱/۲۵
۷	الف) بازتاب $- / 25$ (ص ۴۸) ب) دوران $- / 25$ (ص ۴۳) پ) همانی $- / 25$ (ص ۴۷)	۰/۷۵
۸	۱  $\begin{cases} AB = AA' + A'B & + / 25 \\ A'B' = BB' + A'B & + / 25 \end{cases} \xrightarrow{AA' = BB' \quad + / 25} \underline{AB = A'B'}_{+ / 25}$ (ص ۳۹)	۱
۹	روش اول: محل هم‌مرسی عمود منصف‌های پاره‌خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش، مرکز دوران است. $+ / 5$  روش دوم: برای رسم شکل دقیق، نمره کامل منظور شود. (ص ۴۲)	۰/۵
۱۰	 رسم شکل $+ / 25$ $\frac{OA'}{OA} = \frac{y}{4} \rightarrow OA' = \frac{y}{4} \quad + / 25$ $\frac{OB'}{OB} = \frac{y}{4} \rightarrow OA' = \frac{y}{2} \quad + / 25$ $S = S_{\triangle OA'B'} - S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{4} \times \frac{y}{2} \right) - \frac{1}{2} (1 \times 2) = \frac{33}{16}$ (ص ۴۹)	۱/۵

ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۳ از ۴)	نمره
۱۱	الف) بازتاب نقطه A را نسبت به محور HK نقطه A' می‌نامیم. محل تلاقی AB با HK را M می‌نامیم. مسیر AMB پاسخ مسأله است. ۰/۵ رسم شکل ۰/۲۵  ب) $AM + MB = A'B \rightarrow A'B = \sqrt{1^2 + 6^2} = 10$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ (ص ۵۲)	۰/۷۵
۱۲	 رسم بازتاب ۰/۲۵ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \sin 135^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$ ۰/۲۵ $S_{ABCB'} = 2S_{ABC} = 12$ ۰/۲۵ (ص ۵۴)	۱
۱۳	گزینه درست، ۱۰ یا الف ۰/۵	۰/۵
۱۴	روش اول: $\cos A = \frac{AH}{c} \rightarrow AH = c \cos A$ ۰/۲۵ $\sin A = \frac{BH}{c} \rightarrow BH = c \sin A$ ۰/۲۵ $CH = b - AH = b - c \cos A$ ۰/۲۵ $\triangle HBC: a^2 = BH^2 + CH^2 = (c \sin A)^2 + (b - c \cos A)^2$ ۰/۲۵ $a^2 = c^2 \sin^2 A + b^2 + c^2 \cos^2 A - 2bc \cos A$ ۰/۲۵ $a^2 = b^2 + c^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) - 2bc \cos A \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ۰/۲۵  روش دوم: $\triangle HBC: a^2 = BH^2 + CH^2 = (c^2 - AH^2) + (b - AH)^2$ ۰/۲۵ $\rightarrow a^2 = c^2 - AH^2 + b^2 + AH^2 - 2bAH$ ۰/۲۵ $\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bAH \xrightarrow{AH = c \cos A} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ۰/۲۵ (ص ۶۴)	۱/۵

ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۴ از ۴)	نمره
۱۵	$a + a + a = 2P \rightarrow P = \frac{3}{2}a \quad \cdot / 25$ $S = \sqrt{\frac{3}{2}a(\frac{3}{2}a - a)(\frac{3}{2}a - a)(\frac{3}{2}a - a)} = \sqrt{\frac{3}{2}a(\frac{1}{2}a)(\frac{1}{2}a)(\frac{1}{2}a)} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (ص ۷۳)	۱
۱۶	 $\frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow 28 - 4x = 10x \rightarrow x = 2 = AD \rightarrow BD = 5$ $DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \rightarrow DC = \sqrt{30}$ (ص ۷۰)	۱/۵
۱۷	 $6^2 + 4^2 = 2AM^2 + \frac{4^2}{2} \rightarrow 36 + 16 = 2AM^2 + 22$ $\rightarrow AM^2 = 10 \rightarrow AM = \sqrt{10}$ $\rightarrow 2P_{AMC} = 6 + 4 + \sqrt{10} = 10 + \sqrt{10}$ (ص ۶۷)	۱/۵
۲۰	جمع نمرات	سپاس فراوان از همکاران گرامی

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسینی دوره دوم		شماره مندرجی: <u>۱۴۰۲</u>
مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود (محل مهر)	نام و نام خانوادگی: <u>پایه: یازدهم</u> رشته: <u>ریاضی</u> نام معلم: <u>آقای زارع</u> نام درس: <u>هندسه ۲</u> مدت امتحان: <u>۱۲۰ دقیقه</u> ساعت شروع: <u>۸:۳۰</u> تعداد صفحه: <u>۶</u>	تاریخ امتحان: <u>نوبت دوم خرداد ماه ۱۴۰۲</u>
نام مصحح: <u>نمره با عدد:</u> تاریخ و امضاء: <u>نمره با حروف:</u>	نام مصحح: <u>نام مصحح:</u> تاریخ و امضاء: <u>تاریخ و امضاء:</u>	نمره با عدد: <u>نمره با عدد:</u> نمره با حروف: <u>نمره با حروف:</u>

ردیف	سوال	بارم
۱	در شکل مقابل با توجه به اندازه های روی آن مقادیر X, Y, Z را بیابید.  $71 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 142 = x+y$ $31 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 62 = x-y$ $y = 70$ $z = \frac{y}{2} \Rightarrow z = \frac{70}{2} = 35$	۱
۲	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی، نصف کمان روبه رو به آن است. ($\hat{B} = \frac{\widehat{BC}}{2}$ حکم)  $C = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{180}{2} = 90$ $\hat{D} + \hat{B}_1 = 90$ $\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90 \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_1$ $\hat{D} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2}$	۱
۳	در شکل مقابل سه دایره به شعاع یک واحد، دایره دو بر یکدیگر مماس خارج هستند. مساحت ناحیه محدود به سه دایره را بیابید.  مساحت ناحیه = مساحت مثلث - مساحت سه دایره $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \frac{\pi R^2}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 - \frac{\pi (1)^2}{2} \Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2}$	۱/۵

در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲، مطلوبست شعاع دایره های محاطی داخلی و محیطی آن را بیابید.

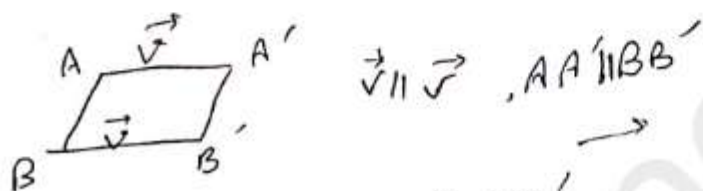


$$r = \frac{S_{ABC}}{P_{ABC}} \Rightarrow r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4}{\frac{3}{2} \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = r R = \frac{2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

۱/۵

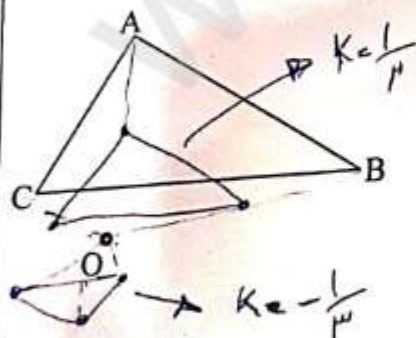
ثابت کنید انتقال یک تبدیل طولی است؟



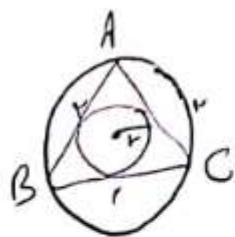
$$|\vec{V}| = |\vec{V}|, AA' = BB'$$

وجود دارد شکلی که نقطه روی هر
اگر موازی و مساوی باشد
(موازی کاغذی)
↓
 $AB = A'B'$

مثلث ABC داده شده است. در دو حالت $K = \frac{1}{3}$, $K = -\frac{1}{3}$ به مرکز O مجانس آن را رسم کنید.



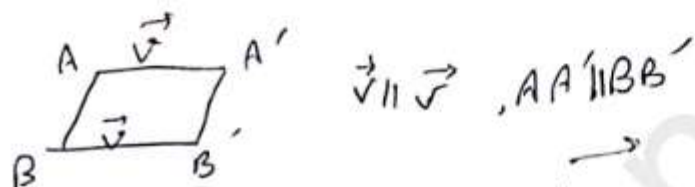
در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲، مطلوبست شعاع دایره های محاطی داخلی و محیطی آن را بیابید.



$$r = \frac{S_{ABC}}{P_{ABC}} \Rightarrow r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2}{\frac{3}{2} \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = r R = \frac{2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

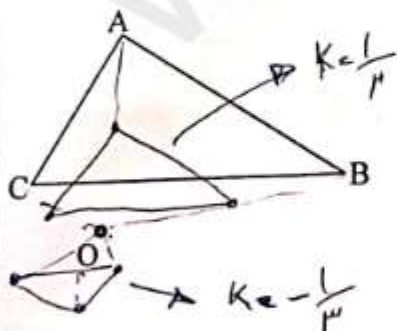
ثابت کنید انتقال یک تبدیل طولیا است؟



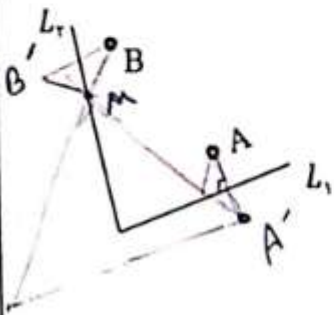
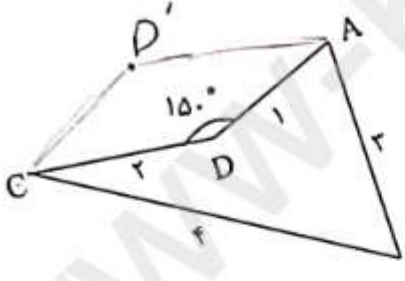
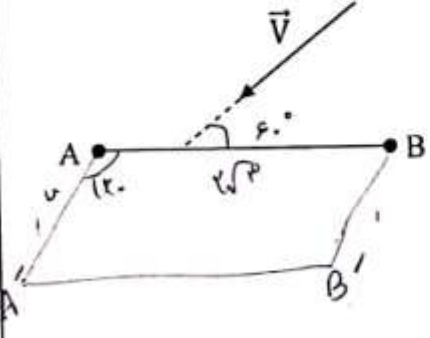
$$|\vec{v}| = |\vec{v}'|, AA' = BB'$$

وجود دارد شکلی که در آن دو ضلع برابر در
اکن موازی و مساوی باشند.
(موازی الاضلاع)
↓
 $AB = A'B'$

مثلث ABC داده شده است. در دو حالت $K = \frac{1}{3}, K = -\frac{1}{3}$ به مرکز O مجانس آن را رسم کنید.



مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود (محل مهر)		اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسابی دوره دوم		شماره مندرجی:
نام و نام خانوادگی:	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی	نام معلم: آقای زارع	نام درس: هندسه ۲
تاریخ امتحان: نوبت دوم خرداد ماه ۱۴۰۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۳۰	تعداد صفحات: ۶	
نام مصحح:	نمره با عدد:	نام مصحح:	نمره تجدیدنظر با عدد:	
تاریخ و امضاء:	نمره با حروف:	تاریخ و امضاء:	نمره تجدید نظر با حروف:	

۷	دو خط متقاطع L_1 و L_2 و نقاط ثابت A, B طبق شکل مفروض اند. کوتاه ترین مسیر ممکن را که با شروع از A و برخورد با دو خط به نقطه B برسد رسم کنید. 	۱/۵
۸	اگر بخواهیم بدون تغییر محیط چهار ضلعی و تکرار اضلاع آن در شکل زیر و با استفاده از بازتاب، مساحت شکل را افزایش دهیم، مساحت آن چه مقدار افزایش می یابد؟  $AD'C \equiv ADC$ $2S_{ADC} = S_{AD'C}$ (مساحت اترلی برابری) $S_{ADC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ $2S_{ADC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$	۱/۲۵
۹	در شکل زیر بردار $\vec{V}$ به طول یک با پاره خط AB به طول $2\sqrt{3}$، زاویه 60° می سازد اگر $A'B'$ انتقال یافته پاره خط AB تحت بردار $\vec{V}$ باشد، مساحت چهارضلعی $ABA'B'$ چه قدر است؟  $\vec{V} = 1$ $S_{ABA'B'} = 1 \times 2\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = 3$	۱/۲۵

اگر تمام زاویه های مثلث ABC حاده باشد و فرض کنیم شعاع دایره ی محیطی آن R باشد، ثابت کنید:

۱۰

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\hat{C} = \frac{ABD}{r} = \frac{180^\circ}{r} = 90^\circ$$

$$\hat{D} = \hat{B} = \frac{AC}{r}$$

$$\sin \hat{D} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \sin \hat{D} = \frac{b}{2R}$$

$$\hat{D} = \hat{B} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{b}{2R} \Rightarrow 2R = \frac{b}{\sin \hat{B}}$$

به همین ترتیب می توان نوشت برای بقیه

ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم:

۱۱

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$a^2 = c^2 + b^2$$

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 \cdot c^2} = \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

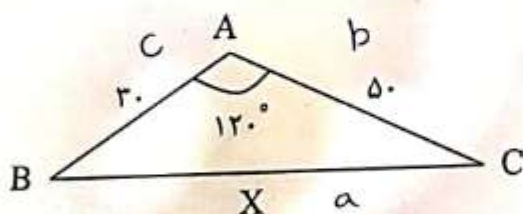
$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$h_a \times a = c \times b$$

$$h_a = \frac{cb}{a} \Rightarrow h_a^2 = \frac{c^2 \cdot b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{c^2 \cdot b^2}$$

در مثلث ABC شکل زیر مطلوبست طول BC را بیابید.

۱۲



$$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos(120^\circ)$$

$$a^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \times 2 \times 5 \times \cos(120^\circ)$$

$$a^2 = 4 + 25 + 10 = 39 \Rightarrow a = \sqrt{39}$$

$$a^2 = 39 \Rightarrow a = \sqrt{39}$$

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری
دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسینی دوره دوم

مهر آموزشگاه در تمام صفحات
زده شود (محل مهر)

نام درس: هندسه ۲

نام معلم: آقای زارع

رشته: ریاضی

پایه: نهم

نام و نام خانوادگی:

تعداد صفحه: ۶

ساعت شروع: ۸:۳۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان: نوبت دوم خرداد ماه ۱۴۰۲

نمره تجدیدنظر با عدد:

نام مصحح:

نمره با عدد:

نام مصحح:

نمره تجدید نظر با حروف:

تاریخ و امضاء:

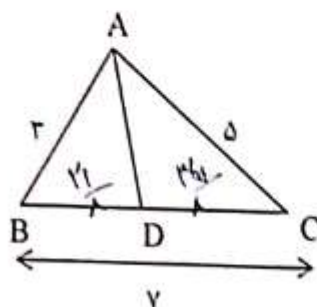
نمره با حروف:

تاریخ و امضاء:

در شکل زیر، AD نیمساز زاویه داخلی A از مثلث ABC باشد. مطلوب است:

الف) طول پاره خط های BD ، DC را بیابید.

ب) طول نیمساز AD چقدر است؟



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{r}{s} = \frac{BD}{v - BD}$$

$$BD \cdot s = r(v - BD) \Rightarrow BD \cdot s = rv - BD \cdot r \Rightarrow BD(s + r) = rv \Rightarrow BD = \frac{rv}{s + r}$$

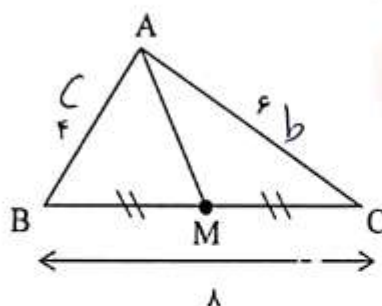
$$BD = \frac{rv}{s + r} \Rightarrow DC = v - BD = \frac{v(s + r) - rv}{s + r} = \frac{vs}{s + r}$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

$$AD^2 = rs - \frac{rv}{s + r} \cdot \frac{vs}{s + r}$$

$$AD^2 = \frac{rs(s + r) - rvs}{s + r} \Rightarrow AD^2 = \frac{rs^2}{s + r} \Rightarrow AD = \frac{rs}{\sqrt{s + r}}$$

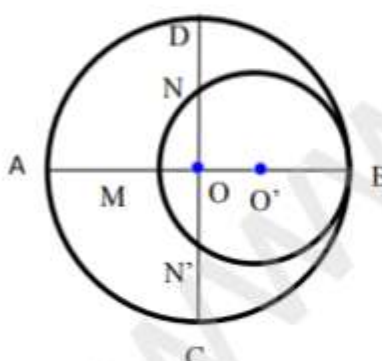
در مثلث ABC شکل زیر، طول میانه وارد بر ضلع BC را بدست آورید.

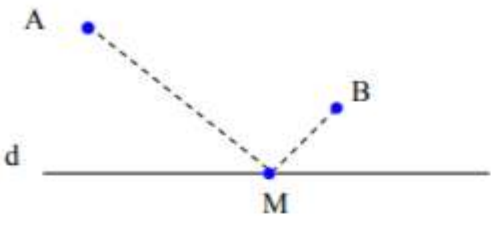
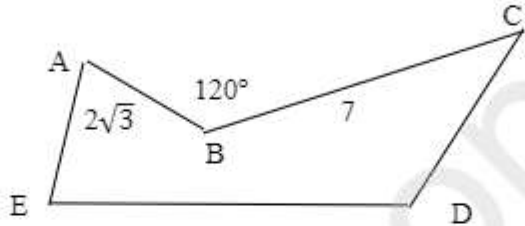
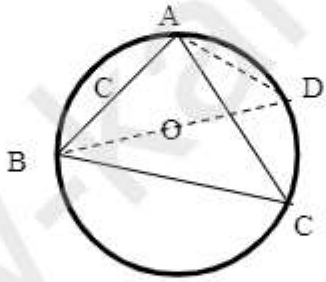


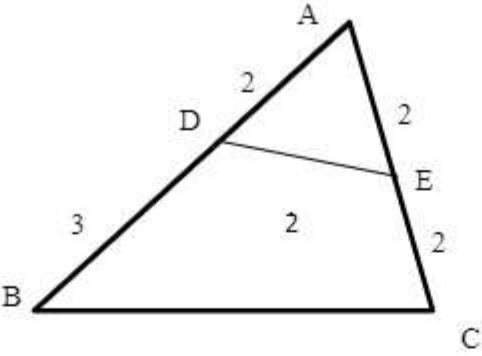
$$2ca^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$$

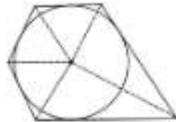
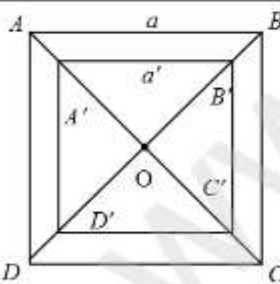
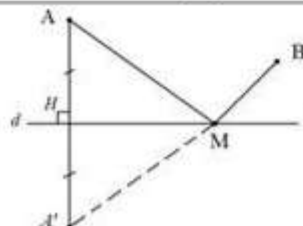
$$2ca^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$$

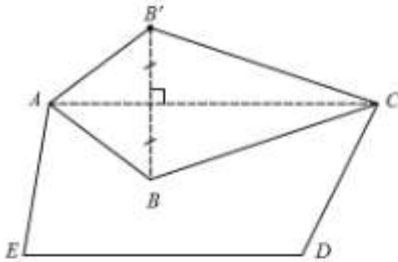
$$2ca^2 + \frac{a^2}{2} = a^2 \Rightarrow 2ca^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow 4c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

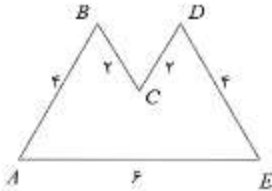
سوال‌ات امتحانی پایانی نوبت دوم درس : یازدهم هندسه	مدیریت آموزش و پرورش: شهرستان خمین	تاریخ امتحان : روز مورخ
نام و نام خانوادگی :	مدرسه : تیزهوشان علامه حلی	مدت امتحان: دقیقه - شروع : صبح
کلاس :	خرداد ماه سال تحصیلی 1402	توجه :
ردیف	شرح سوال	نمره
1	با استفاده از دستور محاسبه طول مماس مشترک خارجی نشان دهید در دو دایره مماس خارج، این طول برابر $2\sqrt{RR'}$ است که در آن، R و R' شعاع های دو دایره هستند.	1/5
2	چند ضلعی محاطی و چند ضلعی محیطی را با رسم شکل تعریف کنید. کدام ویژگی در هر یک از چند ضلعی ها در خصوص هم‌مرسی خطوط وجود دارد؟	2
3	اگر r_a, r_b, r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی آن باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	1/5
4	در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس هستند و دو قطر AB و CD برهم عمودند. اگر $AM=8$ و $ND=5$ باشد، اندازه شعاع های دو دایره را بیابید. 	2
5	یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس $\frac{3}{4}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم . اگر مساحت بین مربع و تصویرش 14 باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.	2
6	متجانس متقیم، تجانس معکوس، انقباض و انبساط را شرح دهید.	2

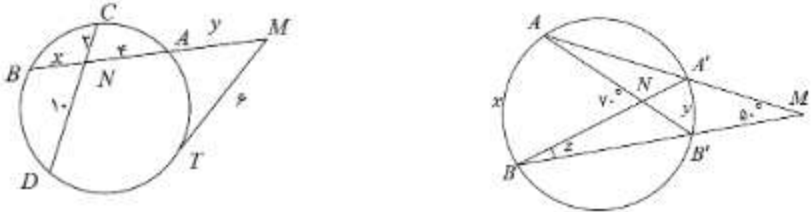
7	نقاط A و B در یک طرف خط d مفروض هستند. نقطه M روی خط d را چگونه می توان یافت، طوری که مجموع $AM+MB$ کمترین مقدار ممکن باشد؟ شرح دهید.	1/5
		
8	در پنج ضلعی شکل مقابل می خواهیم بدون تغییر طول اضلاع و بدون تغییر زوایای E و D ، مساحت را افزایش دهیم. مقدار افزایش مساحت را با کمک بازتاب و ویژگی های آن محاسبه کنید.	1/5
		
9	مثلث ABC در یک دایره به مرکز O محاط است. اگر شعاع دایره R باشد، به کمک شکل مقابل ثابت کنید. $\frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$	1/5
		
10	اندازه های سه ضلع یک مثلث 2، 3 و 4 است. طول میانه ی وارد بر ضلع بزرگتر را بدست آورید.	1
11	به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید در مثل ABC ، اگر $\hat{A} > 90^\circ$ باشد آنگاه $a^2 > b^2 + c^2$	1

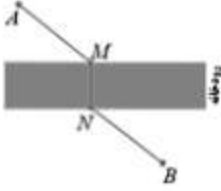
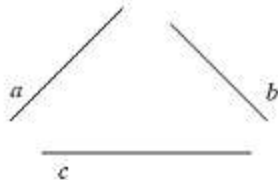
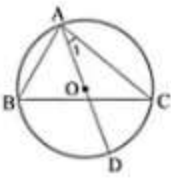
2/5	12 در شکل مقابل می دانیم $EC=AD=DE=AE=2$ و $BD=3$ است. طول ضلع BC و مساحت چهار ضلعی $BDEC$ را بدست آورید. 	12
	توضیحات لازم : -1 -2	
20	شاد و موفق و سربلند باشید . جمع نمرات :	

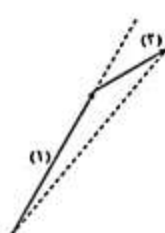
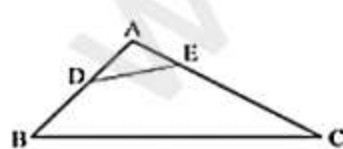
پاسخ سوالات امتحانی پایانی		مدیریت آموزش و پرورش:	تاریخ امتحان: روز	مورخ
درس هندسه 2 - یازدهم - رشته ریاضی		مدرسه:	مدت امتحان: دقیقه - شروع: صبح	نام و نام خانوادگی:
کلاس:		خرداد ماه	سال تحصیلی	توجه:
ردیف	شرح پاسخ	نمره		
1	$d = R + R'$ رابطه دو دایره مماس مشترک خارجی طول مماس مشترک خارجی $= \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}$ $= \sqrt{R^2 + R'^2 + 2RR' - R^2 - R'^2 + 2RR'} = 2\sqrt{RR'}$	1/5		
2	چند ضلعی محاطی: تمام رأس‌ها روی یک دایره‌اند. ویژگی: عمودمنصف‌های اضلاع هم‌رسمند. چند ضلعی محیطی: تمام ضلع‌ها بر یک دایره مماس هستند. ویژگی: نیمسازهای زوایا هم‌رسم‌اند.  	2		
3	در مثلث ABC با ضلع‌های a, b و c می‌دانیم: $r = \frac{S}{p}, r_a = \frac{S}{p-a}, r_b = \frac{S}{p-b}, r_c = \frac{S}{p-c}$ که در آن $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ است: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{3p - (a+b+c)}{S} = \frac{3p - 2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$	1/5		
4	$OO' \perp NN' \Rightarrow ON = ON' \Rightarrow ND = N'C = 5$ رابطه طولی در دایره کوچکتر: $OM \cdot OB = ON \cdot ON' = ON^2$ $\Rightarrow (R - AM) \cdot R = (R - DN)^2 \Rightarrow$ $(R - 8)R = (R - 5)^2 \Rightarrow R^2 - 8R = R^2 - 10R + 25 \Rightarrow R = \frac{25}{2}$ $MB = 2R' = AB - AM \Rightarrow 2R' = 25 - 8 \Rightarrow R' = \frac{17}{2}$	2		
5	نسبت طول‌ها در تجانس با نسبت تجانس و نسبت مساحت‌ها مجذور نسبت تجانس است. $\frac{OA'}{OA} = \frac{a'}{a} = \frac{3}{4}$ $\frac{S'}{S} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ تفاضیل نسبت در صورت: $\frac{S - S'}{S} = \frac{16 - 9}{16} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{17}{16}$ $\Rightarrow S = 32 = a^2 \Rightarrow a = 4\sqrt{2} \rightarrow \text{محیط مربع} = 16\sqrt{2}$ 	2		
6	اگر k نسبت تجانس باشند: $k > 0 \rightarrow$ تجانس مستقیم. دو شکل در یک طرف مرکز تجانس. $k < 0 \rightarrow$ تجانس معکوس. دو شکل در یک طرف مرکز تجانس. $ k > 1 \rightarrow$ انبساط. شکل تصویر بزرگتر از شکل اصلی. $ k < 1 \rightarrow$ انقباض. شکل تصویر کوچکتر از شکل اصلی.	2		
7	بازتاب نقطه A را نسبت به خط d نقطه A' می‌نامیم و $A'B$ را می‌کشیم تا خط d را در نقطه M قطع کند. این نقطه جواب است. زیرا: $\min(AM + MB) = \min(A'M + MB) = A'B$ (بازتاب ایزومتري است پس $AM = A'M$) کمترین فاصله بین A' و B پاره خط $A'B$ است. 	1/5		

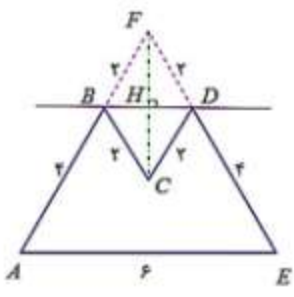
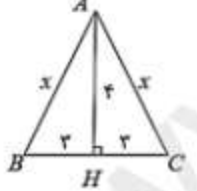
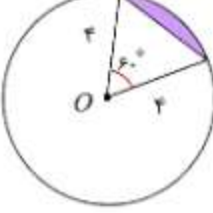
1/5	بازتاب نقطه B را نسبت به خط AC، نقطه B' می‌نامیم. بازتاب ایزومتري است:  $AB' = AB, CB' = CB, S_{ABC} = S_{AB'C}$ $\text{افزایش مساحت} = 2S_{ABC} = 2\left(\frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin \hat{B}\right)$ $= (2\sqrt{3})(7)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 21$	8
1/5	$\widehat{BAD} = \frac{1}{2}\widehat{BCD} = \frac{1}{2}(180^\circ) = 90^\circ$ $\Rightarrow \sin \hat{D} = \frac{AB}{BD} = \frac{c}{2R} \quad \hat{D} = \hat{C} = \frac{1}{2}\hat{A}$ $\Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{c}{2R} \Rightarrow \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$	9
1	در مثلث ABC اگر m_a طول میانه وارد بر ضلع BC باشد، می‌دانیم: $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow (2)^2 + (3)^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}(4)^2 \Rightarrow m_a = \sqrt{\frac{5}{2}}$	10
1	قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$ $\hat{A} > 90^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} < 0 \Rightarrow -2bc \cos \hat{A} > 0 \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$	11
2/5	Δ $AD = AE = DE \Rightarrow ADE \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$ $\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A}$ $\Rightarrow BC^2 = (5)^2 + (4)^2 - 2(5)(4)\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow BC = \sqrt{21}$ $S_{BDEC} = S_{ABC} - S_{ADE}$ $\frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} - \frac{\sqrt{3}}{4}AD^2 = \frac{1}{2}(5)(4)\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2 = 4\sqrt{3}$	12
	توضیحات لازم: -1 -2	
20	شاد و موفق و سربلند باشید . جمع نمرات :	

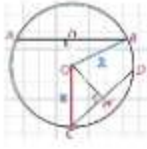
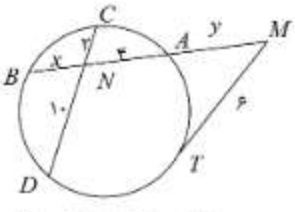
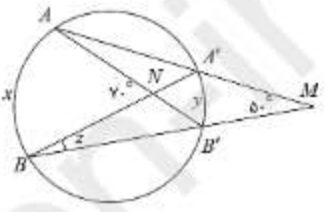
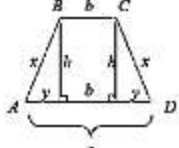
نام و نام خانوادگی:		باسمه تعالی		تاریخ امتحان:	
نام پدر:		اداره کل آموزش و پرورش استان همدان		مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	
سوالات امتحانی درس: هندسه ۲		مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک		ساعت شروع امتحان:	
پایه و رشته: یازدهم ریاضی (۲۰۱)		سوالات امتحانات خرداد ماه ۱۴۰۲		تعداد صفحه: ۴	
نام دبیر: مریم کردلو		دبیرستان حضرت آمله(س)			
نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره تجدید نظر:	
امضای دبیر:					
ردیف		(تمام پاسخ ها در برگه سوال نوشته شود)			
۱		در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.			
۰/۵		الف) یک چند ضلعی محیطی است اگر و فقط اگر.....			
۰/۵		ب) تبدیلی که طول پاره خط را حفظ کند، تبدیل نامیده میشود. در هر تبدیل نقطه ای که تبدیل یافته آن منطبق بر خودش باشد، می نامند.			
۲		در هر سوال گزینه درست را با ذکر دلیل انتخاب کنید.			
۱		الف) در شکل زیر بدون تغییر دادن محیط، بیشترین مساحت ممکن برای چندضلعی کدام است؟			
					
		ب) ضلع $a = 6$ از مثلث ABC به ارتفاع $h_a = 4$ داده شده است. کمترین محیط این مثلث کدام است؟			
		۱) $18\sqrt{3}$ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) $9\sqrt{3}$ ۴) $6\sqrt{3}$			
۳		مطابق شکل دایره ای به شعاع ۴ داریم. مساحت ناحیه رنگی را بیابید.			
۱					
۴		ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آنکه بزرگتر است به مرکز دایره نزدیک تر است و برعکس.			
۱					

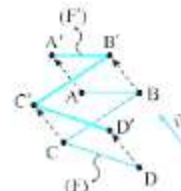
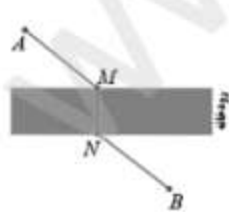
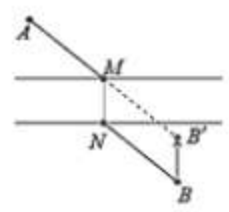
۱/۲۵	۵ با استفاده از هر شکل x, y, z را بیابید. (الف) (ب) 	۵
۱/۲۵	۶ یک دوزنقه هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این دوزنقه برابر میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها.	۶
۰.۵	۷ دو نقطه ی $A(3,5)$ و $B(7,1)$ در صفحه مرسوم اند. در یک بازتاب تصویر A بر B منطبق می شود. معادله محور بازتاب را بنویسید.	۷
۰/۲۵ ۰/۷۵	۸ (الف) انتقال یافته شکل زیر را تحت بردار $\vec{v}$ رسم کنید.  (ب) ثابت کنید هر انتقال را میتوان به صورت دو بازتاب با محورهای موازی نوشت.	۸

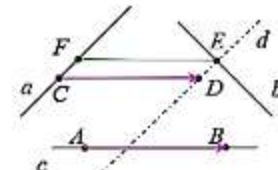
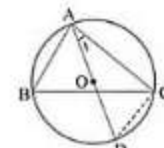
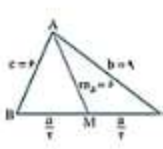
۹	نشان دهید که برای هر تجانس به نسبت k، اندازه‌ی تصویر هر پاره خط، k برابر، اندازه‌ی آن پاره خط است. به عبارتی دیگر $A'B' = k \times AB$	۱
۱۰	مطابق شکل دو شهر A, B در دو طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم از شهر A به شهر B برسیم به شرط اینکه حتماً از پل MN عمود بر راستای رودخانه عبور کنیم. تعیین کنید محل پل کجا باشد تا مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن شود؟ 	۱
۱۱	سه خط دو به دو تا موازی a, b, c در صفحه مفروضه اند. پاره خطی به طول ۵ واحد رسم کنید که دو سر آن روی a, b قرار گیرد و موازی c باشد. 	۱
۱۲	الف) نشان دهید بین اندازه ارتفاع‌های مثلث دلخواه ABC و زوایای درونی آن، رابطه زیر برقرار است. $h_a \sin \hat{A} = h_b \sin \hat{B} = h_c \sin \hat{C}$ ب) در دایره زیر، قطر گذرنده از رأس A رسم شده است. اگر شعاع دایره A و $\hat{A}_1 = 30^\circ$ باشد، زاویه B و ضلع AC را بیابید. 	۱

۱۳	الف) متحرکی به مدت ۱۶ ثانیه با سرعت ۵ متر بر ثانیه حرکت می کند و سپس مسیر خود را به اندازه ۳۰ درجه منحرف می کند و به مدت ۱۰ ثانیه با سرعت ۴ متر بر ثانیه ادامه مسیر می دهد. جا به جایی متحرک را در این مدت محاسبه کنید.	۱
	 ب) اندازه دو قلع مثلثی ۹ و ۶ و میانه وارد بر قلع سوم ۶ واحد می باشد. با استفاده از قضیه میانه ها قلع سوم را محاسبه کنید.	۱
۱۴	الف) ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه داخلی، قلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اضلاع آن زاویه تقسیم می کند.	۱/۲۵
	ب) در مثلثی به اضلاع ۸ و ۱۰ و ۱۲ طول نیمساز داخلی متوسط مثلث را بیابید.	۰/۷۵
۱۵	الف) مساحت مثلثی به اضلاع ۶ و ۸ و ۱۰ را از دستور هرون بدست آورید.	۰/۷۵
	ب) در شکل زیر $\frac{AD}{DB} = \frac{4}{9}$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{4}$ است. نسبت مساحت مثلث ADE را به مساحت چهار قلعی BDEC بیابید.	۱/۲۵
		
جمع	خدایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی، ما رستگار	۲۰

تاریخ امتحان: مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه ساعت شروع امتحان: تعداد صفحه: ۵	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان همدان مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک سوالات امتحانات خرداد ماه ۱۴۰۲ دبیرستان حضرت آمله(س) نام دبیر: مریم کردلو	نام و نام خانوادگی: نام پدر: پایه و رشته: یازدهم ریاضی (۲۰۱) هنر: ۲
امضای دبیر:	نمره به حروف:	نمره به عدد:
ردیف	بارم	
۱ ۰,۵ ۰,۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و فقط اگر عمود منصف های همه اضلاع آن در یک نقطه هم راس باشند . ب) تبدیلی که طول پاره خط را حفظ کند، تبدیل طولی نامیده میشود. در هر تبدیل نقطه ای که تبدیل یافته آن منطبق بر خودش باشد، نقطه ثابت تبدیل می نامند.	
۱ ۱	در هر سوال گزینه درست را با ذکر دلیل انتخاب کنید. الف) در شکل زیر بدون تغییر دادن محیط، بیشترین مساحت ممکن برای چندضلعی کدام است؟  حل: بازتاب رأس C را نسبت به خط گذرا از نقاط B و D را رسم می کنیم. واضح است که مثلث بدست آمده همان محیط چندضلعی ABCDE را دارد. از طرفی این مثلث متساوی الاضلاع است. لذا مساحت آن می شود. $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 = 9\sqrt{3}$ ب) ضلع $a = 6$ از مثلث ABC به ارتفاع $h_a = 4$ داده شده است. کمترین محیط این مثلث کدام است؟ حل: مثلث وقتی که متساوی الاضلاع یا متساوی الساقین باشد، می تواند کمترین محیط را داشته باشد. لذا با توجه به شکل مقابل خواهیم داشت.  $\Delta(ABH): x^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow x = 5$ پس محیط مثلث می شود. $6 + 5 + 5 = 16$	۱) $18\sqrt{3}$ ۲) $9\sqrt{3}$ ۳) $6\sqrt{3}$ ۴) $4\sqrt{3}$ ۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) $4\sqrt{3}$ ۴) ۲
۱	مطابق شکل دایره ای به شعاع ۴ داریم. مساحت ناحیه رنگی را بیابید.	 $A = \text{مساحت قطاع} = \frac{\pi r^2}{360} \alpha = \frac{\pi (4)^2}{360} \times 60 = \frac{8\pi}{3}$ $B = \text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{1}{2} (4)(4) \sin(60^\circ) = \frac{1}{2} (4)(4) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\sqrt{3}$ $S = \text{مساحت قطعه} = A - B = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} = \frac{8\pi - 12\sqrt{3}}{3}$

1	ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آنکه بزرگتر است به مرکز دایره نزدیک تر است و برعکس.  $OB = OC = R$, $BH = \frac{AB}{2}$, $CH = \frac{CD}{2}$ (1) $\triangle OBH : H = 90^\circ \Rightarrow BH^2 = R^2 - OH^2$ $\triangle OCH' : H' = 90^\circ \Rightarrow CH'^2 = R^2 - OH'^2$ $AB > CD \Rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \Rightarrow BH > CH' \Rightarrow BH^2 > CH'^2$ $\Rightarrow R^2 - OH^2 > R^2 - OH'^2 \Rightarrow -OH^2 > -OH'^2 \xrightarrow{\times (-1)} OH^2 < OH'^2 \xrightarrow{OH > 0, OH' > 0} OH < OH'$ فرض $OH < OH'$ حکم $AB > CD$ $OB = OC = R$, $BH = \frac{AB}{2}$, $CH = \frac{CD}{2}$ (1) $\triangle OBH : H = 90^\circ \Rightarrow OH^2 = R^2 - BH^2$ $\triangle OCH' : H' = 90^\circ \Rightarrow OH'^2 = R^2 - CH'^2$ $OH < OH' \Rightarrow R^2 - BH^2 < R^2 - CH'^2$ $\Rightarrow -BH^2 < -CH'^2 \xrightarrow{\times (-1)} BH^2 > CH'^2 \xrightarrow{BH > 0, CH' > 0} BH > CH' \Rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \Rightarrow AB > CD$	4
1/25	با استفاده از هر شکل X, Y, Z را بیابید. (الف)  $NA \times NB = NC \times ND$ $\rightarrow 4 \times 8 = 2 \times 16 \rightarrow x = 8$ $MT^2 = MA \times MB$ $\rightarrow 6^2 = y(y + 4 + x)$ $\xrightarrow{x=8} 36 = y(y + 4 + 8)$ $\rightarrow y^2 + 12y - 36 = 0$ $\rightarrow (y + 18)(y - 2) = 0$ $\rightarrow y = -18 \text{ (باز نمی آید)} , y = 2$ (ب)  $\angle ANB = \frac{x+y}{2} = 70^\circ \Rightarrow x+y = 140$ $\angle AMB = \frac{x-y}{2} = 50^\circ \Rightarrow x-y = 100$ $\begin{cases} x+y=140 \\ x-y=100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=120 \\ y=20 \end{cases}$ $z = \frac{\angle A'B'}{2} = \frac{20}{2} = 10^\circ$	5
1/25	یک ذوزنقه هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها.  حل: چون ذوزنقه $ABCD$ محاطی است پس متوازی الساقین است، پس: $AB = CD = x$ همچنین: $y + b + y = a \Rightarrow 2y = a - b \Rightarrow y = \frac{a-b}{2}$ حل: چون چهارضایی $ABCD$ محاطی است پس: $AB + CD = AD + BC \Rightarrow 2x = a + b \Rightarrow x = \frac{a+b}{2}$ ارتفاع آن را به صورت زیر محاسبه می کنیم. $y^2 + h^2 = x^2 \Rightarrow h^2 = x^2 - y^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \frac{4ab}{4} = ab \Rightarrow h = \sqrt{ab}$ $S = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{a+b}{2} \times \sqrt{ab}$ پس نتیجه می گیریم مساحت ذوزنقه برابر میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها است.	6
4,5	دو نقطه $A(3,5)$ و $B(7,1)$ در صفحه مقروض اند. در یک بازتاب تصویر A بر B منطبق می شود. معادله محور بازتاب را بنویسید. ① عمودمتصف پاره خط AB از وسط پاره خط AB می گذرد. منصفات وسط پاره خط AB این طوری است: $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+7}{2} = 5 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M(5,3)$ ② شیب عمودمتصف پاره خط AB فرینه و معکوس شیب پاره خط AB است پس: $\text{شیب پاره خط } AB = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-5}{7-3} = -1$ $\Rightarrow$ شیب عمودمتصف $= 1$ Δ می توانیم معادله عمودمتصف یا همان محور بازتاب را بنویسیم: $y - 3 = 1(x - 5) \Rightarrow y - 3 = x - 5 \Rightarrow y - x + 2 = 0$	7

۰/۳۵ ۰/۷۵	الف) انتقال یافته شکل زیر را تحت بردار $\vec{v}$ رسم کنید.  ب) ثابت کنید هر انتقال را میتوان به صورت دو بازتاب با محورهای موازی نوشت. اثبات: فرض کنیم نقطه M^* تصویر نقطه M در انتقال بردار $\vec{v}$ باشد. دو خط L و L' را عمود بر راستای بردار $\vec{v}$ که فاصلهشان از یکدیگر نصف طول بردار $\vec{v}$ است را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم. قرینه M را نسبت به خط L نقطه M' می‌نامیم.  $MH + HM' + M'H' + H'M^* = x$ $\Rightarrow MH + H'M^* = x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow HM' + H'M^* = \frac{x}{2}$ $HM' + M'H' = HM' + H'M^* \Rightarrow M'H' = H'M^*$ بنابراین M^* قرینه M' نسبت به خط L' است و این یعنی هر انتقال را می‌توان به صورت ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی نوشت. $S_{L_2} \circ S_{L_1}(M) = T_{\vec{v}}(M)$  بردار انتقال صود بر راستای محورهای بازتاب است، جهت آن از خط L_1 به L_2 است و اندازه آن دو برابر فاصله دو محور بازتاب می‌باشد.	۸
1	نشان دهید که برای هر تجانس به نسبت k، اندازه‌ی تصویر هر پاره خط، k برابر، اندازه‌ی آن پاره خط است. به عبارتی دیگر $A'B' = k \times AB$ حل:  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{OA'}{OA} = k \\ \frac{OB'}{OB} = k \end{array} \right\} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} \rightarrow \frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB} \rightarrow AB \parallel A'B'$ لذا طبق قضیه‌ی کلی تالس داریم: $\rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = k \rightarrow \frac{AB}{A'B'} = k \rightarrow A'B' = k \times AB$	۹
1	مطابق شکل دو شهر A, B در دو طرف رودخانه قرار دارند. میخواهیم از شهر A به شهر B برسیم به شرط اینکه حتماً از پل MN عمود بر راستای رودخانه عبور کنیم. تعیین کنید محل پل کجا باشد تا مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن شود؟ حل: از نقطه‌ی B خطی به اندازه‌ی MN (عرض رودخانه) و عمود بر رودخانه رسم می‌کنیم تا نقطه‌ی B' به دست آید. از B' به A وصل می‌کنیم. از نقطه‌ی M (محل تقاطع لایه رودخانه با پاره خط AB') می‌توان پل MN را احداث کرد. مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر است زیرا AB' کوتاه‌ترین مسیر بین A و B' می‌باشد. توجه داشته باشیم که چهارضلعی $MNB'B'$ متوازی الاضلاع است.  $AB' = AM + MB' = AM + NB$ $\rightarrow AB' + MN = AM + MN + NB$ 	۱۰

1	سه خط دو به دو موازی a, b, c در صفحه مفروض اند. یاره خطی به طول e واحد رسم کنید که دو سر آن روی a, b قرار گیرد و موازی c باشد. حل: روی خط c برداری به اندازه e سانتی متر (بردار AB) را رسم می کنیم. حال از یک نقطه دلخواه روی خط a (مانند نقطه F) برداری هم اندازه موازی و هم جهت بردار AB رسم کرده و از نقطه انتهایی آن خط d را موازی a رسم می کنیم. تا خط b را در نقطه ای مانند E قطع کند. در آخر از نقطه E خطی موازی c رسم می کنیم طوری که a را در نقطه ای مانند F قطع کند. پاره خط EF جواب مسئله است. 	۱۱
۱	الف) نشان دهید بین اندازه ارتفاع های مثلث دلخواه ABC و زوایای درونی آن، رابطه زیر برقرار است. $h_a \sin \hat{A} = h_b \sin \hat{B} = h_c \sin \hat{C}$ $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \Rightarrow a = \frac{rS}{h_a}, b = \frac{rS}{h_b}, c = \frac{rS}{h_c}$ با جای گذاری عبارت های بالا در رابطه سینوس ها داریم: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{\frac{rS}{h_a}}{\sin \hat{A}} = \frac{\frac{rS}{h_b}}{\sin \hat{B}} = \frac{\frac{rS}{h_c}}{\sin \hat{C}}$ $\Rightarrow \frac{rS}{h_a \sin \hat{A}} = \frac{rS}{h_b \sin \hat{B}} = \frac{rS}{h_c \sin \hat{C}}$ $\Rightarrow h_a \sin \hat{A} = h_b \sin \hat{B} = h_c \sin \hat{C}$ ب) در دایره زیر، قطر گذرنده از رأس A رسم شده است. اگر شعاع دایره 8 و $\hat{A}_1 = 30^\circ$ باشد، زاویه B و ضلع AC را بیابید. پاره خط DC را رسم می کنیم. با توجه به این که زاویه محاطی مقابل به قطر، قائمه است، مثلث ACD در رأس C قائم الزویه است. داریم: $\hat{D} = 90^\circ - \hat{A}_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ $\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{r}, \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{r} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} = 60^\circ$ $rR = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \Rightarrow r(8) = \frac{AC}{\sin 60^\circ}$ $\Rightarrow AC = 8\sqrt{3}$ 	۱۲
۱	الف) متحرکی به مدت 16 ثانیه با سرعت 5 متر بر ثانیه حرکت می کند و سپس مسیر خود را به اندازه 30° درجه منحرف می کند و به مدت 10 ثانیه با سرعت 4 متر بر ثانیه ادامه مسیر می دهد. جا به جایی متحرک را در این مدت محاسبه کنید. $AB = v_1 t_1 = 16 \times 5 = 80 \text{ m}$ $BC = v_2 t_2 = 4 \times 10 = 40 \text{ m}$ $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \cos 150^\circ$ $= (80)^2 + (40)^2 - 2(80)(40) \times (-\frac{\sqrt{3}}{2})$ $= 1600 + 1600 + 6400\sqrt{3}$ $AC = 40\sqrt{5 + 4\sqrt{3}}$ ب) اندازه دو ضلع مثلثی 6 و 9 و میانه وارد بر ضلع سوم 6 واحد می باشد. استفاده از قضیه میانه ها ضلع سوم را محاسبه کنید.  $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ $\Rightarrow 6 = \frac{1}{2}\sqrt{2(9)^2 + 2(6)^2 - a^2}$ $\Rightarrow 12 = \sqrt{162 + 72 - a^2}$ $\Rightarrow a^2 = 162 + 72 - 144 = 90 \Rightarrow a = 3\sqrt{10}$	۱۳

۱۴	الف) ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اضلاع آن زاویه تقسیم می کند. از رأس C خطی موازی AD رسم می کنیم تا امتداد AB را در E قطع کند.	۱/۲۵
۰/۷۵	ب) در مثلثی به اضلاع ۸ و ۱۰ و ۱۲ طول نیمساز داخلی متوسط مثلث را بیابید.	۰/۷۵
۱۵	الف) مساحت مثلثی به اضلاع ۶ و ۸ و ۱۰ را از دستور هرون بدست آورید. ب) در شکل زیر $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$ است. نسبت مساحت مثلث ADE را به مساحت چهار ضلعی BDEC بیابید.	۱/۲۵
۲۰	جمع	۲۰



$$\triangle BCE: AD \parallel CE \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE} \quad (I)$$

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel CE \\ \text{موازی } AC \\ \text{موازی } AE \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$$

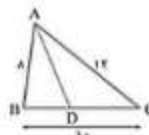
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{E} \Rightarrow AC = AE \quad (II)$$

فرض	$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
حکم	$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$$(I) \text{ و } (II) \text{ نتیجه می گیریم: } \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow BD = 4 \Rightarrow DC = 6$$

$$AD^2 = 8 \times 12 - 4 \times 6 = 72 \Rightarrow AD = 6\sqrt{2}$$

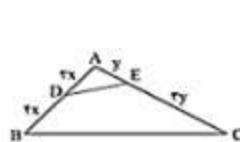


$$p = \frac{6+8+10}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = \sqrt{12 \times 6 \times 4 \times 2} = 24$$

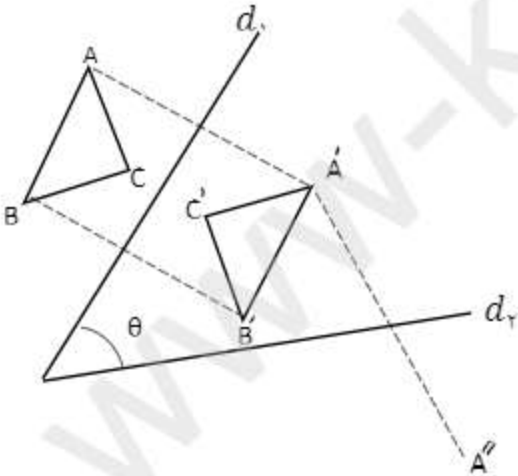
ب) در شکل زیر $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$ است. نسبت مساحت مثلث ADE را به مساحت چهار ضلعی BDEC بیابید.

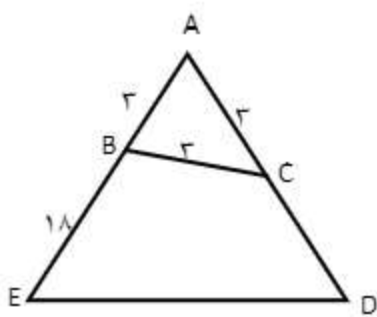
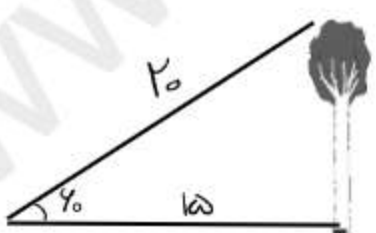
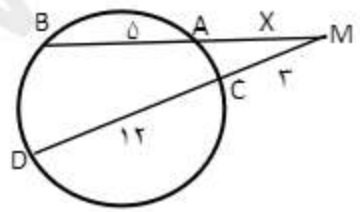
اگر رابطه $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ را ترکیب نسبت در مخرج کنیم، نتیجه می شود $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$. اینک با توجه به فرض سؤال، اندازه پاره خط ها را روی شکل بر حسب x و y مشخص می کنیم:



$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot AE \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \hat{A}} = \frac{AD}{AB} \times \frac{AE}{AC} = \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{S_{ADE}}{S_{ABC} - S_{ADE}} = \frac{3}{28-3} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{BDEC}} = \frac{3}{25}$$

شماره صفحه: ۱		بسمه تعالی		تعداد صفحات: ۲	
نام درس: هندسه ۲		اداره کل آموزش و پرورش استان البرز		مدت امتحان: ۸۰ دقیقه	
پایه: یازدهم رشته ریاضی و فیزیک		مدیریت آموزش و پرورش شهرستان کرج ناحیه ۴		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۳/.....	
کلاس: نام دبیر:		دبیرستان فاطمیه		ساعت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		نوبت دوم خردادماه سال تحصیلی ۱۴۰۲		شماره داوطلب:	
۱	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.				
۱	الف) در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس K، اگر K کوچکتر از صغری باشد آنگاه تجانس را تجانس می‌نامیم. ب) اندازه هر زاویه ظلی برابر است یا..... ج) در هر مثلث قائم الزاویه نسبت هر ضلع به سینوس زاویه رویه رو برابر است یا دوبرابر دایره محیطی. د) اگر فاصله دو مرکز یا مجموع دو شعاع یا هم برابر می‌باشد، دو دایره..... هستند.				
۲	مفاهیم زیر را تعریف کنید. تبدیل ایزومتري چندضلعی محاطی				
۳	طول خط مرکزین دو دایره ی مماس بیرونی ۴ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود آن ها 120π سانتی مترمربع است. طول شعاع های دو دایره را بیابید.				
۴	در شکل زیر d_1 و d_2 با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده اند. مثلث ABC با زتاب $A'B'C'$ نسبت به خط d_2 رسم کنید و نام گذاری آن را تکمیل کنید. نشان دهید $\angle A''A_1 = 2\theta$				
۲					
۵	جدول زیر را کامل کنید.				
۲/۲۵	تبدیل	طولیا	اندازه زاویه را حفظ کند.	شیب خط را حفظ میکند	
	$K > 1$				
	تجانس $K < 1$				
	دوران				

شماره صفحه: ۲	
۶	ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ میکند.
۷	شکلی رسم کنید که محور یا زتاب داشته باشد ولی مرکز تقارن نداشته باشد
۸	سه خط ناموازی L, L', L'' را در صفحه مفروضند. پاره خطی به طول ۱۰ سانتی متر رسم کنید که دوسر آن روی L, L' و موازی L'' باشد.
۹	در مثلث ABC $AC = \frac{20\sqrt{6}}{3}$ و $B + C = 120^\circ$ و $BC = 20$ باشد. الف) شعاع دایره محیطی ب) اندازه زاویه B, C را به دست آورید.
۱۰	در شکل مقابل طول ضلع DE را به دست آورید. مساحت چهارضلعی $BCDE$ را به دست آورید.
۲/۲۵	
۱۱	الف) باتوجه به شکل مقابل طول درخت را به دست آورید. ب) زاویه درخت با زمین را به دست آورید.
۲	
۱۲	در شکل زیر مقدار X را به دست آورید.
۱	

نام درس: هندسه ۲

اداره کل آموزش و پرورش استان البرز

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۳/.....

پایه: یازدهم رشته ریاضی و فیزیک

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان کرج ناحیه ۴

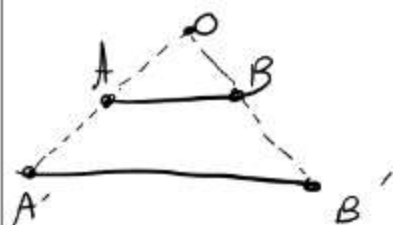
نام دبیر: نازنین رضایی

دبیرستان فاطمیه

نوبت دوم خردادماه سال تحصیلی ۱۴۰۱



۱	الف) معکوس ب) نصف گمان ج) شعاع د) مماس
۲	الف) به تعبیر در طول پاره خط را حفظ می کند طول یا زاویه است. ب) چند ضلعی که رأس هایش روی یک خط دایره باشند و عمود نصف های آن در یک نقطه هس باشند.
۳	طبقه مماس درونی $r_1 - r_2 = 4$ و مساحت ناحیه محدود بربر است $S_2 - S_1 = 120$ $\pi r_1^2 - \pi r_2^2 = 120 \rightarrow (r_1^2 - r_2^2) = 120 \rightarrow (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = 120 \rightarrow r_1 + r_2 = \frac{120}{4} = 30$ $\frac{30 + 4}{2} = 17$ $\frac{30 - 4}{2} = 13$
۴	طبقه نیمساز بودن، همچنین محور آبیاب $\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \end{cases}$ " " " " $A \circ A'' = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 \rightarrow$ $A \circ A'' = 2\hat{O}_2 + 2\hat{O}_3 \rightarrow A \circ A'' = 2(\hat{O}_2 + \hat{O}_3) = 2\Theta$
۵	تبدیل طولی زاویه سیم
	$k > 1$ X ✓ ✓
	$k < 1$ X ✓ ✓
	تجانس ✓ ✓ X
	دوران ✓ ✓ X

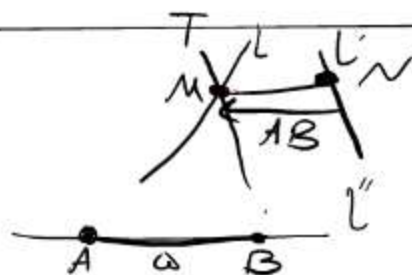


$$k = \frac{OA'}{OA} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} \xrightarrow{\text{عکس}} \frac{OA}{OB} = \frac{OB'}{OA'} \xrightarrow{\text{عکس}} AB \parallel A'B'$$

پس خط موازی



دو نقطه مرکز نشسته در یکدیگر
دارد (یا بیضی دارد)



ابتدای تا یاره خط AB را بطول ده سانتی متر رسم می کنیم
خط تا راست AB انتقال می دهیم تا به دست آید
این خط را نقطه ای به نام M قطع می کند و از M خطی به موازات
رسم می کنیم تا آیه نام M قطع کند یاره خط M را بیضی می کشیم

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{20}{\sin 40^\circ} = 2R \rightarrow R = \frac{10}{\sin 40^\circ} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{20}{\sin 40^\circ} = \frac{b}{\sin B} \rightarrow \sin B = \frac{20 \cdot \sin 40^\circ}{20\sqrt{3}} = \frac{\sin 40^\circ}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \rightarrow B = 30^\circ, C = 110^\circ$$

$$ED^2 = AE^2 + AD^2 - 2 \cdot AE \cdot AD \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 20^2 + 21^2 - 2 \times 20 \times 21 \times \frac{1}{2} = 400 + 441 - 420 = 421$$

$$ED = \sqrt{421}$$

$$S_{BCDE} = S_{AED} - S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 21 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 21^2 = 145\sqrt{3}$$

$$x^2 = 10^2 + 20^2 - 2 \times 10 \times 20 \times \cos 60^\circ \Rightarrow x^2 = 100 + 400 - 200 = 300$$

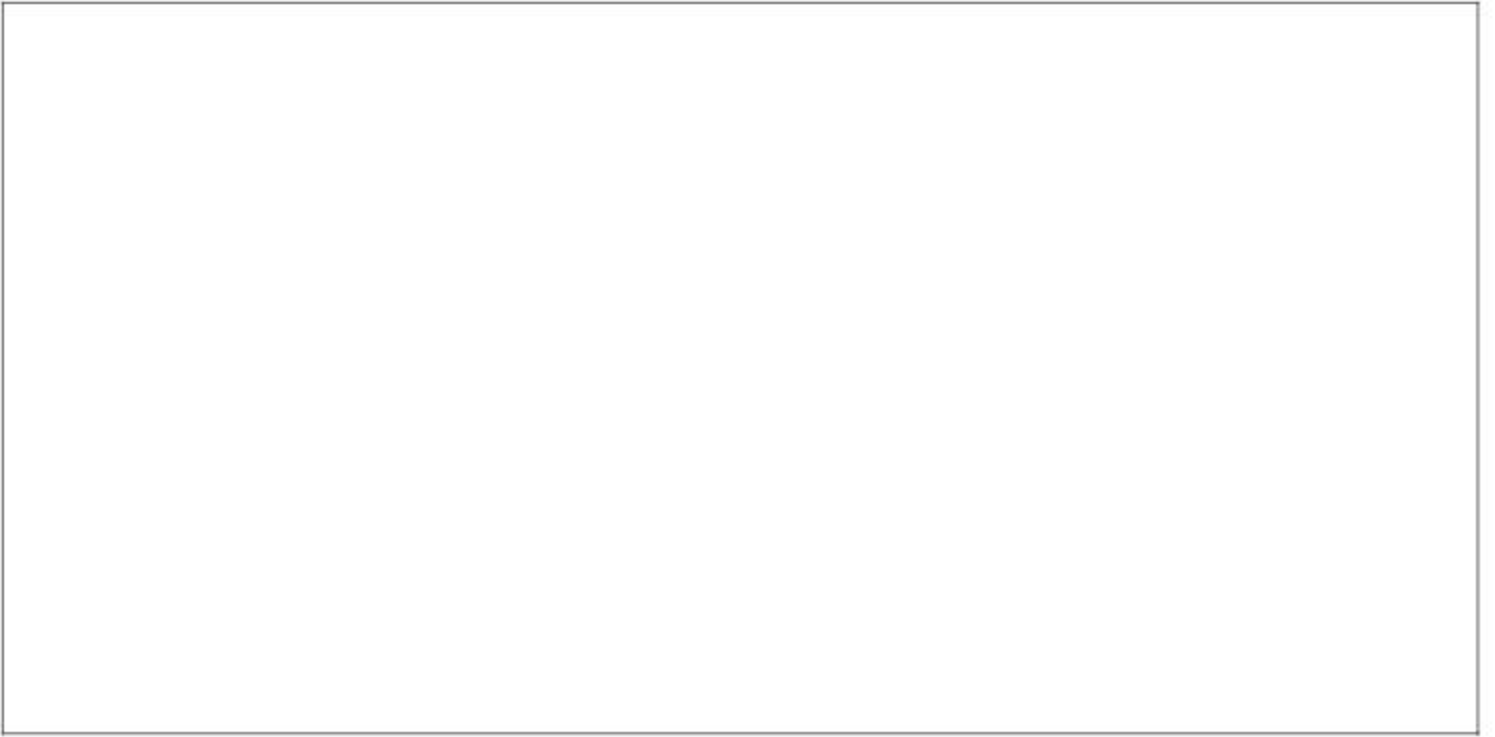
$$x = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

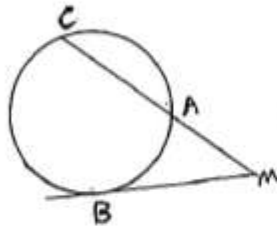
$$\frac{10\sqrt{3}}{\sin 40^\circ} = \frac{10}{\sin \alpha} \rightarrow \sin \alpha = \frac{10 \cdot \sin 40^\circ}{10\sqrt{3}} = \frac{\sin 40^\circ}{\sqrt{3}}$$

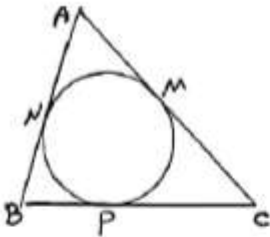
$$MA \cdot MB = MC \cdot MD \rightarrow x(x+1) = 21^2$$

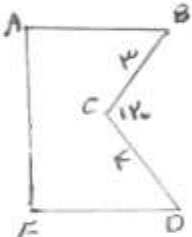
$$x^2 + x - 441 = 0 \rightarrow (x+21)(x-21) = 0$$

خوب $x = -21$, $x = 21$



ردیف	سوالات	بارم
۱	در شکل مقابل ثابت کنید $\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$ 	۱
۲	طول خط ال مرکزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آن ها ۱۶π سانتی متر مربع است طول شعاعهای دو دایره را بدست آورید .	۱/۵
۳	مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد .	۱

۱/۵	۴ در شکل مقابل ثابت کنید $AM = AN = P - BC$ 	۴
۱	۵ در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد AB و $A'B'$ هم اندازه اند	۵
۱	۶ نشان دهید تجانس شیب خط را حفظ می کند با فرض آنکه مرکز تجانس O خارج از پاره خط AB است و نسبت تجانس K است	۶
۱	۷ به سوالات زیر پاسخ دهید الف) در چه شرایطی انتقال تبدیل همانی است ، ب) در چه شرایطی دوران غیر همانی نقطه ثابت تبدیل دارد .	۷

۸	دو شهر A و B در یک طرف رودخانه واقعند می خواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که چهار کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود این چهار کیلومتر را در چه قسمتی بسازیم تا کوتاهترین مسیر ممکن باشد	۱/۵
۹	دور زمین مقابل حصار کشی شده است می خواهیم بدون کم و زیاد کردن حصارها مساحت زمین را افزایش دهیم میزان افزایش را بدست آورید . 	۱
۱۰	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) و با ارتفاع $AH = h_a$ داریم $\frac{1}{h_a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$	۱/۵

صفحه چهارم

۱۱	دو قایق از یک نقطه در دیاچه ای با سرعت ۶۰ کیلومتر بر ساعت و ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت با زاویه ۱۲۰ از هم دور می شوند نیم ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگر هستند .	۱
۱۲	در مثلث ABC ، $BC = ۱۰$ سانتی متر و $A = ۱۲۰^\circ$ و $AC = \frac{۱۰\sqrt{۶}}{۳}$ مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه B را بدست آورید	۱
۱۳	مثلث ABC با اندازه $AB = ۴$ و $AC = ۶$ و $BC = ۸$ و است طول میانه AM را بدست آورید .	۱
۱۴	در مثلث ABC ، $AB = ۷$ و $AC = ۴$ و $BC = ۱۰$ و است طول نیمساز داخلی C را بدست آورید .	۱/۲۵

صفحه پنجم

۱۵	مثلث ABC با اندازه اضلاع ۳ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون بدست آورید	۱
۱۶	ثابت کنید مساحت هر متوازی الاضلاع برابر حاصلضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است .	۱
۱۷	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید . الف) تبدیل _____ جهت را حفظ نمی کند . ب) ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب متقاطع است یک _____ است . پ) شرط آن که تجانس طولها باشد آن است که _____ ت) اگر $K < 1$ باشد در آن صورت تجانس را _____ می نامیم . ث) تبدیل دوران شیب خط را حفظ _____ ج) تبدیل انتقال زاویه را حفظ _____ د) در مثلث ABC اگر $AB = 10$ و $AC = 6$ و $BC = 9$ باشد اندازه زاویه A از 90° _____ است.	۱/۷۵
۲۰	موفق باشید	جمع بارم

به نام خدا

یاسنامہ سندسہ یازدہم فرورد ۱۴۰۲

۱- در مثل متساوی الساقین $\triangle ABC$ که $\angle C = 100^\circ$ و $\angle A = 40^\circ$ باشد، $\angle B$ را بیابیم.

حل: $\hat{B}_1 = \hat{C} + \hat{M} \rightarrow \hat{M} = \hat{B}_1 - \hat{C}$

صافی $\hat{B}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} \rightarrow \hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$

محصولی $\hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2}$

پس $\hat{B}_1 = 100^\circ + 40^\circ = 140^\circ$

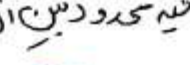
پس $\hat{M} = \frac{140^\circ - 100^\circ}{2} = 20^\circ$

پس $\hat{B} = 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ$

پس $\angle B = 60^\circ$

هر راه حل دیگری که درست باشد، نمره منظور می‌گردد.

۱۵ - طول خط مرکزین دودایه بماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آن ها ۱۴ π سانتی متر مربع است طول شعاعهای دودایه را بدست آورید.



$R - R' = 2$

$S = 17R^2 - \pi R'^2 \rightarrow 14\pi = \pi(R^2 - R'^2)$

$(R - R')(R + R') = 14 \rightarrow R + R' = 7$

$\begin{cases} R + R' = 7 \\ R - R' = 2 \end{cases} \rightarrow 2R = 9 \rightarrow R = 4.5$

$R' = 2.5$

۳- مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد.



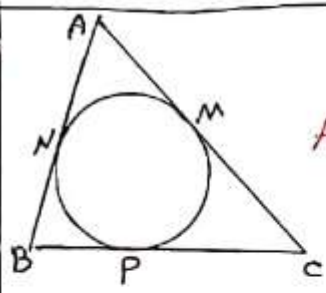
$$AB = AC = BC = a$$

$$AH = \sqrt{\frac{3}{4}} a \xrightarrow{AH \text{ متساوی}} \frac{AO}{R} = \frac{AH}{a} = \frac{\frac{1}{2} a}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2R$$

$$\rightarrow a = \frac{2R}{\sqrt{3}} \rightarrow a = \sqrt{3} R \quad \text{طول ضلع مثلث} \rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} R \cdot \sqrt{3} R = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

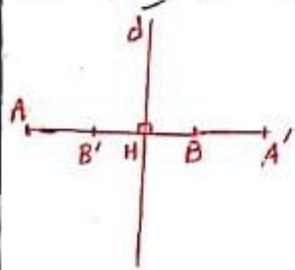
۱/۵



۴- در مثل متساوی الساقین $AM = AN = P - BC$

$$\begin{aligned} \text{از } A \text{ به } N \text{ و } M \text{ به } P &\rightarrow AM = AN \\ \text{از } B \text{ به } N \text{ و } P \text{ به } M &\rightarrow BN = BP \\ \text{از } C \text{ به } M \text{ و } P \text{ به } N &\rightarrow CM = CP \\ \text{محیط } \triangle ABC &= AB + AC + BC \\ \text{محیط } \triangle ABC &= AN + BN + AM + MP + BP + PC \\ \text{محیط } \triangle ABC &= 2AN + 2BP + 2PC \\ P &= AN + BC \\ P - BC &= AN = AM \end{aligned}$$

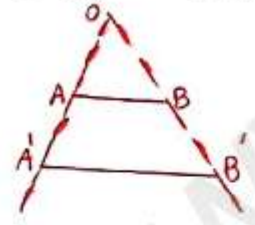
۵- در حالتی که پاره خط AB در راستای محور خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که اگر



$$\begin{aligned} \text{از } A \text{ به } H \text{ و } B \text{ به } H &\rightarrow AH = A'H \text{ و } BH = B'H \\ AB &= AH + BH \\ A'B' &= A'H + B'H \\ \Rightarrow AB &= A'B' \end{aligned}$$

هر راه حل دیگری که درست باشد نمره منظوری شود.

۶- نشان دهید که اگر یک خط را حفظی کنید با مرکز آن که مرکز جابجایی O خارج از



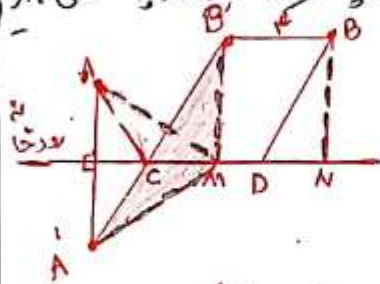
$$\begin{aligned} \text{پاره خط } AB \text{ است و نسبت جابجایی } k > 0 \text{ است.} \\ OA' = kOA \rightarrow \frac{OA'}{OA} = k \\ OB' = kOB \rightarrow \frac{OB'}{OB} = k \\ \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} \xrightarrow{\text{عکس تالان}} AB \parallel A'B' \\ \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \end{aligned}$$

۷- م. سوالات زیر پاسخ دهید

الف) در جابجایی انتقالی تبدیلی همانی است در صورتی انتقال تبدیلی همانی است که بردار انتقال برابر بردار مرکز باشد.

ب) در جابجایی دوران غیر همانی نقطه ثابتی دارد. در صورتی که نقطه مورد نظر مرکز دوران باشد تحت هر دورانی ثابت می ماند پس مرکز دوران نقطه ثابت تبدیلی است.

- ۸- دو شهر A و B در یک طرف رودخانه واقعند و می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم بطوریکه
چون یک کلبه در آن جاده در ساحل رودخانه ساخته شد این جاده را یک کلبه را در جبهه قسمتی بسازیم
تا که آن‌ها بتوانند به هم برسند.



$$BB' \parallel CD \Rightarrow BB' \perp CD \rightarrow \text{مقدار از المثلث} \rightarrow B'C = BD$$

$$AC + DB = \underbrace{AC}_{A'C} + \underbrace{CD}_{C'D} + \underbrace{DB}_{B'D} = A'B' + F$$

$$BB' \parallel MN \rightarrow BB' \perp MN \rightarrow \text{مقدار از المثلث} \rightarrow B'M = BN$$

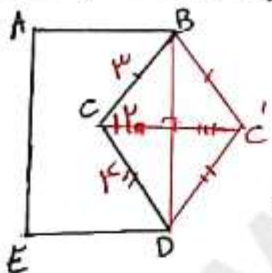
$$\text{میر} AMNB = \underbrace{AM}_{A'M} + \underbrace{MN}_{F} + \underbrace{NB}_{B'M} = A'M + B'M + F$$

$$\triangle A'B'M \xrightarrow{12} A'B' < A'M + MB'$$

$$A'B' + F < A'M + MB' + F$$

$$\text{میر} ACDB < \text{میر} AMNB$$

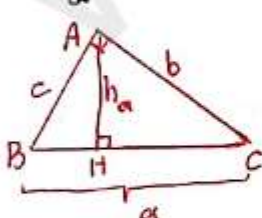
- ۹- دور زمین متقابل حصار کشی شده است می‌خواهیم به دن کم یا زیاد کردن حصارها مست
زمین را افزایش دهیم میزان افزایش را بدست آورید.



$$\begin{aligned} \text{میزان افزایش} &= S_{BCD'C'} = 2 S_{BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

- ۱۰- ثابت کنید در هر مثلث قائم الزامی ABC (A=90) و با ارتفاع AH=h_a داریم

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$



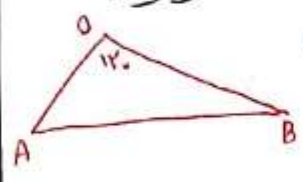
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} h_a \cdot a \quad \left\{ \begin{array}{l} S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \end{array} \right. \rightarrow h_a \cdot a = bc$$

$$h_a = \frac{bc}{a} \rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{b^2 c^2} \rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2}$$

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2}{b^2 c^2} + \frac{c^2}{b^2 c^2} \rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2}$$

- ۱۱- دو قایق از یک نقطه در دریا به سمت ۹۰ کیلومتر به ساعت و ۱۰۰ کیلومتر به ساعت با زاویه ۱۲۰ از هم دور می شوند پس ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگر هستند



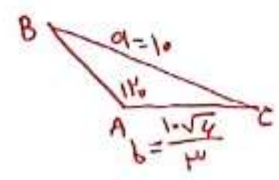
$$OA = 90 \times \frac{1}{3} = 30$$

$$OB = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

$$AB^2 = 30^2 + 50^2 - 2(30)(50)\cos 120^\circ = 4900$$

$$AB = 70$$

- ۱۲- در مثلث ABC، $BC = 10$ ، $A = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه B را بدست آورید



$$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = 2R \rightarrow R = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

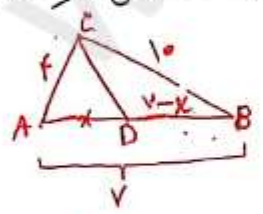
$$\frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{\frac{10\sqrt{3}}{3}}{\sin B} = \frac{20}{\sqrt{3}} \rightarrow \sin B = \frac{\frac{10\sqrt{3}}{3}}{\frac{20}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow B = 45^\circ$$

- ۱۳- در مثلث ABC، $AB = 4$ ، $AC = 6$ و $BC = 8$ است طول میان AM را بدست آورید

$$AM^2 = \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{36}{2} + \frac{16}{2} - \frac{64}{4} = 10 \rightarrow AM = \sqrt{10}$$

- ۱۴- در مثلث ABC، $AB = 7$ ، $AC = 4$ و $BC = 10$ است طول سراز زاویه داخلی C را بدست آورید



$$\frac{CA}{CB} = \frac{AD}{DB} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow 10x = 28 - 4x \rightarrow x = 2 \Rightarrow AD = 2, BD = 5$$

$$CD^2 = AC \cdot CB - AD \cdot DB$$

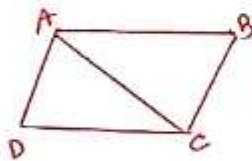
$$CD^2 = 4(10) - 2(5) = 30 \rightarrow CD = \sqrt{30}$$

- ۱۵- مثلث ABC اندازه اضلاع ۳ و ۵ و ۷ است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون بدست آورید

$$p = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3\right) \left(\frac{15}{2} - 5\right) \left(\frac{15}{2} - 7\right)} = \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

- ۱۶- ثابت کنید مساحت هر متدازی الاضلاع برابر حاصلضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است



بارس قطر AC متدازی الاضلاع به دو مثلث هم‌بند تبدیل می‌شود

$$S_{ABC} = S_{ADC} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC}$$

$$S_{ABCD} = 2 \left(\frac{1}{2} BA \cdot BC \sin B \right) = BA \cdot BC \cdot \sin B$$

۱۷۵

۱۷- جابهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

(الف) تبدیل پاراب جهت را حفظ نمی‌کند

(ب) ترکیب دو پاراب که محورهای پاراب متقاطع است یک تولد است

(پ) شرط امنی تجانس طولی باشد آن است که $|k| = 1 \rightarrow k = \pm 1$

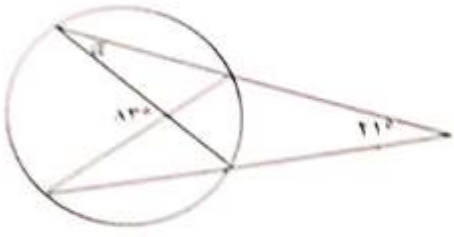
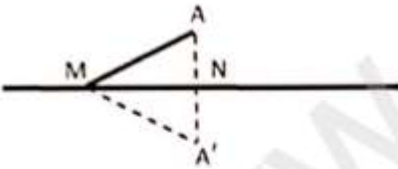
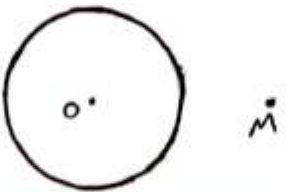
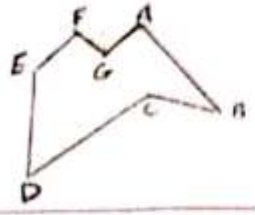
(ت) اگر $|k| < 1$ باشد در آن صورت تجانس را انقباض می‌نامیم

(ث) تبدیل دوران سبب خط را حفظ می‌کند

(د) تبدیل انتقال اندازه زاویه را حفظ می‌کند

(ه) در مثلث ABC اگر $AB=1$ و $AC=2$ و $BC=9$ باشد اندازه زاویه A از 90° کتر است

نام و نام خانوادگی:	نام و نام خانوادگی:	نوبت دوم
نام	نام و نام خانوادگی:	نوبت دوم
امتحان درس:	هندسه ۲	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
پایه:	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۳/۳
رشته:	ریاضی	نام دبیر:
آموزشگاه:	آموزشگاه:	تعداد صفحه: ۳
ردیف	زیبایی یادگیری در این است که هیچ کس نمی تواند آنرا از شما بگیرد	نام
۱	درستی و نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) زاویه که رأس آن بر مرکز دایره واقع است زاویه محاطی نام دارد ☐ ب) محل برخورد عمود منصف ها در هر مثلث قائم الزاویه وسط وتر است ☐ پ) در هر مثلث قائم الزاویه نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن ضلع برابر است با قطر دایره محیطی ☐ د) دو وتر از یک دایره موازی اند اگر و تنها اگر کمان های محدود بین آنها مساوی نباشند ☐	۱.۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر فاصله خط d از مرکز دایره با شعاع برابر باشد خط و دایره نقطه اشتراک دارند یعنی ب) اندازه هر زاویه ظلی برابر است با کمان روبرو به آن زاویه پ) تبدیل T را تبدیل گوئیم هرگاه بازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم $T(A)=A$ ت) در تجانس به مرکز O و نسبت K اگر $K < 1$ باشد تصویر شکل می شود و آن را می نامیم .	۱
۳	پاسخ درست را انتخاب کنید. (a) اگر دو دایره با شعاع های R و R' در حالت مماس خارج باشند طول خط المرکزین آنها برابر است با: الف) $OO' = R + R'$ ب) $OO' = R - R'$ ج) $OO' = 2\sqrt{RR'}$ د) $OO' = \sqrt{RR'}$ (b) یک چند ضلعی محیطی است اگر و تنها اگر همه در یک نقطه هم رس باشند. الف) عمود منصف همه ضلع ها ب) میانه همه ضلع ها ج) نیمساز های زاویه های آن د) قطر ها (c) در هر مثلث قائم الزاویه نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه مقابل آن برابر است با اندازه مثلث الف) وتر ب) ارتفاع وارد بر وتر ج) میانه وارد بر وتر د) اضلاع قائمه (d) کدامیک از دسته چند ضلعی های زیر محیطی هستند ؟ الف) دوزنقه متساوی الساقین و مربع ب) مستطیل و مربع ج) متوازی الاضلاع و مربع د) لوزی مربع	۱.۵
۴	به سوالات زیر پاسخ کوتاه بدهید. الف) در هر تبدیل نقطه ای را که تبدیل یافته آن برخورد آن نقطه منطبق میشود چه نام دارد؟ ب) ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب موازی داشته باشند چه تبدیلی است؟ پ) دوران تحت چه زاویه ای می تواند شیب را حفظ کند؟	

۵	در شکل مقابل ثابت کنید $\widehat{AB} = \widehat{D}$ (اندازه زاویه محاطی D برابر با نصف کمان AB) 	۵									
۶	در شکل زیر اندازه زاویه α را به دست آورید. 	۶									
۷	درستی و نادرستی هر عبارت را در داخل جدول مشخص کنید. <table border="1"> <thead> <tr> <th>طول</th><th>اندازه زاویه را حفظ می کند</th><th>شیب خط را حفظ می کند</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>تجانس با شرط $k > 1$</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>دوران</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	طول	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند	تجانس با شرط $k > 1$			دوران			۷
طول	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند									
تجانس با شرط $k > 1$											
دوران											
۸	ثابت کنید بازتاب به تبدیل طولی است. (در حالتی که فقط یکی از نقاط انتهای پاره خط داده شده روی خط بازتاب باشد) 	۸									
۹	دایره $C(O, R)$ با شعاع $r = 1 \text{ cm}$ رسم کنید و مجانس این دایره نسبت به نقطه M در حالت $k = -1$ را رسم کنید. 	۹									
۱۰	دور زمین مطابق شکل حصارکشی شده است چطور میتوان بدون کم و زیاد کردن حصارها مساحت زمین را افزایش داد؟ 	۱۰									

۳	یک درخت کاج از نقطه A روی زمین که ۱۵ متری از یک درخت است به زاویه ۶۰ درجه دیده می شود اگر A تا پای درخت ۲۰ متر باشد مطلوب است: الف) طول درخت ب) زاویه ای که درخت با سطح زمین می سازد پ) فاصله نوک درخت از زمین AC=20 BC= درخت A=60° AB:15M $\hat{C} = ?$ BH = ?	۱۱
۵	الف) با توجه به شکل قضیه میانه ها را بنویسید. ب) اگر $AB=4$ و $AC=6$ و $BC=8$ باشد، طول میانه AM را به دست آورید.	۱۲
۱	مثلث ABC با اضلاع ۳ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید.	۱۳
۱	در مثلث ABC: $\hat{A}=60^\circ$ AC=6 AB=10 الف) طول ضلع BC را به دست آورید. ب) مساحت مثلث را تعیین کنید.	۱۴

(آرزوی من برای شما درخشش در این سال تحصیلی هست)

طراح سوال: شیدا پرویزی عمران

