

خلاصه درس و ۱۰۰ سوال متوسط نهایی
ریز طبقه بندی شده ریاضی ۳ تجربی

دبیرستان
مهاجر

استاد محمدیان

((فصل اوّل : تابع))

درس ۱ : توابع چند جمله ای ، توابع صعودی و نزولی

توابع چند جمله ای

اگر n یک عدد صحیح نامنفی و $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ اعداد حقیقی باشند که $a_n \neq 0$ ، در این صورت تابع زیر را یک تابع چندجمله‌ای از درجه‌ی n می‌نامند.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

برای مثال توابع زیر توابع چندجمله ای هستند.

الف) تابع ثابت

$$f(x) = c$$

تابع چندجمله ای از درجه صفر

ب) تابع خطی

$$f(x) = ax + b$$

تابع چندجمله ای از درجه یک

ج) تابع درجه ۲ (سه‌می)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

تابع چندجمله ای از درجه دو

د) تابع زیر نیز یک تابع چند جمله ای از درجه ۳ است.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

تابع چندجمله ای از درجه سه

۲۵، نمره	خرداد ۹۹ خ	۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = 2x^5 - 4x^3 + \sqrt{7}x$ یک تابع چند جمله ای نیست.
۲۵، نمره	دی ۹۹	۲	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. در بازه‌ی $(0, 1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.
۵، نمره	شهریور ۱۴۰۰	۳	درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. دامنه‌ی توابع چند جمله ای برابر R است.

۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک چند جمله‌ای از درجه ۳ است.	دی ۱۴۰۰	۲۵ نمره
۵	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه‌ی $(0,1)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالا‌تر- پایین‌تر)	دی ۱۴۰۰	۲۵ نمره

توابع یکنوا

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش صعودی گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش صعودی اکید (اکیداً صعودی) گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش نزولی گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش نزولی اکید (اکیداً نزولی) گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش ثابت گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

توجه :

۱ : هر تابع صعودی اکید یا نزولی اکید را تابع اکیداً یکنوا می‌نامند.

۲ : اگر تابعی صعودی یا نزولی باشد، را یکنوا می‌نامند.

۳ : طبق تعریف تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است یعنی یکنوا است ولی اکیداً یکنوا نیست.

۴ : برای تعیین صعودی یا نزولی یا ثابت بودن تابع به کمک نمودار آن، نمودار را از چپ به راست نگاه کنید.

۵ : به طور مشابه، صعودی یا نزولی بودن تابع را می‌توان در یک فاصله مانند $I \subseteq D_f$ تعریف نمود.

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.	دی ۹۷	۲۵ نمره
۲	در جای خالی گزینه‌ی مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید. تابع $y = (x+1)^3$ در دامنه‌ی تعریف خود (صعودی ، نزولی) است.	خرداد ۹۸	۲۵ نمره
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌ی خود اکیداً یکنوا است.	تیر ۹۸	۲۵ نمره

۲۵. نمره	تیر ۹۸	۴ در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. تابع $y = x^2 x $ در بازه $[-\infty, a]$ نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است.
۲۵. نمره	شهریور ۹۸	۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = -x^2 + 2$ در دامنه‌ی تعریفش صعودی است.
۲۵. نمره	دی ۹۸	۶ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود، تابع نامیده می‌شود.
۲۵. نمره	خرداد ۹۹	۷ درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع ثابت در یک بازه هم صعودی و هم نزولی است.
۲۵. نمره	خرداد ۹۹	۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x $ در دامنه اش صعودی است.
۲۵. نمره	خرداد ۹۹	۹ در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید. تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی تعریف می‌شود، تابع گفته می‌شود.
۲۵. نمره	شهریور ۹۹	۱۰ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. توابع اکیداً یکنوا، همواره هستند.
۵. نمره	شهریور ۱۴۰۰	۱۱ درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیداً نزولی است.

درس ۲: ترکیب توابع

هرگاه g و f دو تابع باشند، ترکیب تابع g در f که به صورت $fo g$ نمایش داده می‌شود را به صورت زیر تعریف می‌کنند.

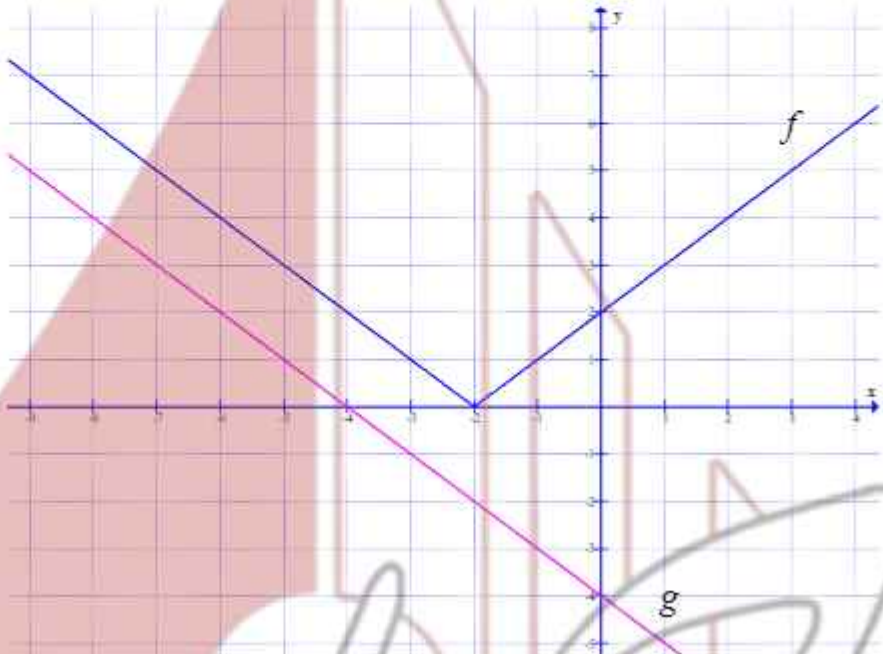
$$(fo g)(x) = f(g(x))$$

دامنه‌ی تابع مرکب $fo g$ با توجه به نمودار فوق به شکل زیر مشخص می‌شود.

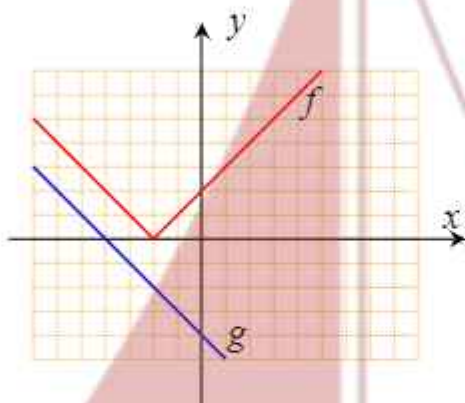
$$D_{fo g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

۲۵. نمره	دی ۹۷	۱ جای خالی را کامل کنید. تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^2$ ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.
----------	-------	--

۲	دی ۹۷	نمره ۱/۲۵	توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
۳	خرداد ۹۸	نمره ۱	دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
۴	شهریور ۹۸	نمره ۱/۲۵	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد. دامنه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
۵	دی ۹۸	نمره ۱	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف بدست آورید.
۶	خرداد ۹۹	نمره ۱	اگر $f(x) = 3x - 4$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست آورید.
۷	خرداد ۹۹	نمره ۲	اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد. الف: دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: مقدار $\frac{f}{g}(5) - (g \circ f)(2)$ تعیین کنید.
۸	خرداد ۹۹	نمره ۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin x$ باشند، آنگاه $(g \circ f)(x) = \sqrt{\sin x}$ خواهد بود.
۹	خرداد ۹۹	نمره ۰/۲۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ باشد، آنگاه $(f \circ g)(4) = \dots$
۱۰	خرداد ۹۹	نمره ۰/۷۵	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به دست آورید.
۱۱	خرداد ۹۹	نمره ۱	اگر $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را بدست آورید.

۲ نمره	شهریور ۹۹	۱۲	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد. الف: دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ را بنویسید.															
۱/۵ نمره	دی ۹۹	۱۳	با توجه به نمودارهای توابع f و g به سؤالات زیر پاسخ دهید.  الف: مقدار $(f \circ g)(-1)$ را محاسبه کنید. ب: اگر $g(2t-1) = 0$، آنگاه مقدار t را به دست آورید. پ: با محدود کردن دامنه‌ی f، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.															
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	۱۴	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، الف: دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: مقدار $(g \circ f)(2)$ را تعیین کنید.															
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	۱۵	با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید. الف) $(g \circ f)(1)$ ب) $(f \circ (f + g))(0)$ <table border="1" data-bbox="483 1529 1233 1706"> <tr> <td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>0</td><td>-1</td><td>2</td><td>-5</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>-2</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	$f(x)$	0	-1	2	-5	$g(x)$	2	3	4	-2
x	-1	0	1	2														
$f(x)$	0	-1	2	-5														
$g(x)$	2	3	4	-2														
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۰	۱۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آنگاه $(f \circ g)(4) = 5$															

۱۷	الف : با توجه به نمودار توابع f و g ، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید. $(g \circ f)(-۱)$ و $(g^{-1} \circ f^{-1})(۲)$ ب : نمودار تابع $f(x-۲) - ۳$ را رسم کنید.	دی ۱۴۰۰	نصفه ۲
----	---	---------	--------



تبدیلات

برای تابع $y = f(x)$ و با فرض مثبت بودن عدد k به شکل زیر بیان می شود.

تابع جدید	نحوه‌ی تبدیل	نتیجه
$y = f(x) + k$	به عرض نقاط k واحد اضافه می شود.	نمودار به اندازه‌ی k واحد بالا می رود.
$y = f(x) - k$	از عرض نقاط k واحد کم می شود.	نمودار به اندازه‌ی k واحد پایین می رود.
$y = kf(x)$	عرض نقاط در k ضرب می شود.	اگر $۰ < k < ۱$ نمودار در جهت عمودی منقبض می شود. اگر $k > ۱$ نمودار در جهت عمودی منبسط می شود.
$y = f(x + k)$	از طول نقاط k واحد کم می شود.	نمودار به اندازه‌ی k واحد به عقب می رود.
$y = f(x - k)$	به طول نقاط k واحد اضافه می شود.	نمودار به اندازه‌ی k واحد به جلو می رود.
$y = f(kx)$	طول نقاط در $\frac{۱}{k}$ ضرب می شود.	اگر $۰ < k < ۱$ نمودار در جهت افقی منبسط می شود. اگر $k > ۱$ نمودار در جهت افقی منقبض می شود.

۱	دی ۹۷	نمره ۰/۷۵	با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید.
۲	خرداد ۹۸	نمره ۰/۵	با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$، نمودار $y = \frac{1}{2}f(4x)$ را رسم کنید.
۳	تیر ۹۸	نمره ۰/۵	با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 1$ را رسم کنید.
۴	شهریور ۹۸	نمره ۰/۵	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.
۵	دی ۹۸	نمره ۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برد تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است.

۶	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. الف: نمودار تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را رسم کنید. ب: دامنه‌ی تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را تعیین کنید.		۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد
۷	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف: اگر برد تابع f برابر $[-1, 4]$ باشد، آنگاه برد تابع $y = 2f(x)$ برابر یا است.		۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد
۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = -kf(\frac{x}{p})$ همان دامنه‌ی تابع $y = -kf(x)$ می باشد.		۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد
۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = kf(x)$ همان دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ است.		۰/۲۵ نمره	۹۹ شهریور
۱۰	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر است. نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنید.		۰/۵ نمره	۹۹ شهریور
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = kf(x)$ همان دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ است.		۰/۲۵ نمره	۹۹ دی

۱۲	با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید.	خرداد ۱۴۰۰	۰/۷۵ نمره
۱۳	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. ضابطه ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.	شهریور ۱۴۰۰	۰/۷۵ نمره

درس ۳: تابع وارون

تابع f را یک به یک می نامند هرگاه :

$$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$$

هر دو تابع g و f را وارون همدیگر می نامند، هرگاه $(fog)(x) = x$ و $(gof)(x) = x$

برای تعیین وارون یک تابع وارون پذیر، ابتدا متغیر x را به y و برعکس تبدیل می کنیم و سپس متغیر y را بر حسب x محاسبه می کنیم.

توجه داشته باشید که اگر تابع f معکوس پذیر باشد، معکوس آن را با f^{-1} نمایش می دهند.

با توجه به مفهوم تابع معکوس به سهولت نتیجه می شود که:

الف) تابعی معکوس پذیر است، هرگاه یک به یک باشد.

ب) دامنه ی تابع f^{-1} برابر برد تابع f است. $(D_{f^{-1}} = R_f)$

ج) برد تابع f^{-1} برابر دامنه ی تابع f است. $(R_{f^{-1}} = D_f)$

د) نمودار هر تابع معکوس پذیر با نمودار معکوس آن نسبت به خط نیمساز ربع اول و سوم $(y = x)$ متقارن هستند.

۱	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^2$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید.	دی ۹۷	۰/۷۵ نمره
۲	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^2$ باشد. مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را بدست آورید.	تیر ۹۸	۱ نمره

۳	شهریور ۹۸	نمره ۱	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^2$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید. (این سؤال سه بار تکرار شده است.)
۴	دی ۹۸	نمره ۰.۵	با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 5$ تابعی وارون پذیر بسازید. دامنه‌ی تابع جدید را بنویسید.
۵	دی ۹۸	نمره ۱	نشان دهید که توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند.
۶	خرداد ۹۹	نمره ۱.۲۵	الف: وارون تابع $y = \sqrt{x+2}$ را به دست آورید. ب: با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک به دست آورید.
۷	خرداد ۹۹	نمره ۱.۲۵	نشان دهید توابع $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$ و $g(x) = \frac{3-2x}{8}$ وارون یکدیگرند.
۸	شهریور ۹۹	نمره ۱	ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ را به دست آورید.
۹	دی ۹۹	نمره ۱	ضابطه‌ی وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ را به دست آورید.
۱۰	شهریور ۱۴۰۰	نمره ۰.۲۵	درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند.
۱۱	دی ۱۴۰۰	نمره ۰.۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند.

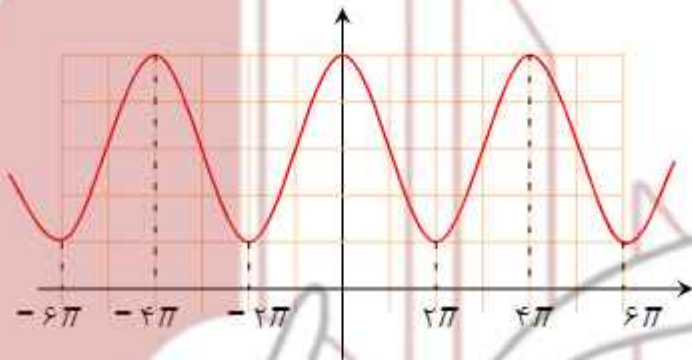
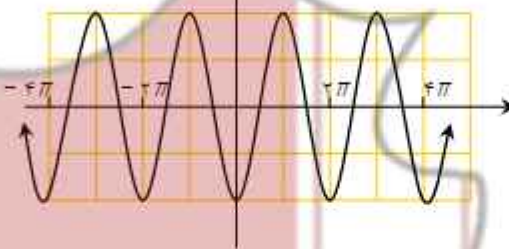
تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل دوّم : مثلثات))

درس ۱ : توابع متناوب

۱	دی ۹۷	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.	۱
۲	خرداد ۹۸	مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 1 - 2 \sin(-\frac{\pi}{3}x)$ را به دست آورید.	۲
۳	تیر ۹۸	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 2 \cos(3\pi x) - 1$ را بدست آورید.	۳
۴	شهریور ۹۸	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را بدست آورید.	۴
۵	دی ۹۸	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را بدست آورید. (راه حل نوشته شود) $y = -\pi \sin(\frac{x}{2}) - 2$	۵
۶	خرداد ۹۹	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x$	۶
۷	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مقدار می نیمم تابع $y = 3 \sin(2x) - 2$ برابر ۵- است	۷
۸	خرداد ۹۹	اگر در یک تابع مثلثاتی دوره‌ی تناوب 4π و مقدار ماکزیمم ۱- و مقدار می نیمم ۷- باشد، تابع سینوسی آن را بنویسید.	۸
۹	خرداد ۹۹	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع مقابل را به دست آورید. $y = 3 \sin(2x) - 2$	۹

شهریور ۹۹	نمره ۱/۲۵	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = \pi \sin(-x) + 1$	۱۰
دی ۹۹	نمره ۱/۲۵	دوره‌ی تناوب ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$	۱۱
خرداد ۱۴۰۰	نمره ۱	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه‌ی $y = a \cos bx + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه‌ی آن را مشخص کنید. 	۱۲
شهریور ۱۴۰۰	نمره ۱	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار می نیمم آن -۱ و دوره‌ی تناوب آن 8π است.	۱۳
دی ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه‌ی آن مشخص کنید. 	۱۴
تابع تانژانت			
دی ۹۷	نمره ۱	دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(2x)$ را به دست آورید.	۱

۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan x$ برابر با 2π است. (درست، نادرست)	خرداد ۹۸	نمره ۰/۲۵
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(x)$ برابر $\{x \mid x \in R, x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}\}$ است.	شهریور ۹۸	نمره ۰/۲۵
۴	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.	دی ۹۸	نمره ۰/۲۵
۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. برد تابع $y = \tan x$ برابر است.	خرداد ۹۹	نمره ۰/۲۵
۶	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. دوره‌ی تناوب اصلی $y = \tan \alpha$ برابر می باشد.	خرداد ۹۹ خ	نمره ۰/۲۵
۷	در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید. تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد است.	خرداد ۹۹ خ	نمره ۰/۲۵
۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر بازه‌ی $[-1, 1]$ است.	شهریور ۹۹	نمره ۰/۲۵

روابط مثلثاتی

۱	مقدار $\sin(22/5)^\circ$ را به دست آورید.	شهریور ۹۸	نمره ۰/۲۵
۲	اگر $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه‌ی حاده باشد، $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.	خرداد ۹۹ خ	نمره ۰/۵
۳	مقدار $\sin(15)^\circ$ را به دست آورید.	خرداد ۹۹ خ	نمره ۱

۴	مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید.	شهریور ۹۹	۱ نمره
۵	مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید.	دی ۹۹	۰/۵ نمره
۶	حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cos 2x$ را به ازای $x = (7/5)^\circ$ را محاسبه نمایید.	شهریور ۱۴۰۰	۱ نمره

درس ۲: معادلات مثلثاتی

۱	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید.	دی ۹۷	۱ نمره
۲	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \sin x = 0$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.	خرداد ۹۸	۱/۲۵ نمره
۳	معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{8}$ را حل کنید.	تیر ۹۸	۱/۲۵ نمره
۴	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.	شهریور ۹۸	۱ نمره
۵	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	دی ۹۸	۱/۵ نمره
۶	معادله‌ی مثلثاتی $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید.	خرداد ۹۹	۱ نمره
۷	معادله‌ی مثلثاتی مقابل را حل کنید. $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$	خرداد ۹۹ خ	۱ نمره

۸	جواب های معادله $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را به دست آورید.	خرداد ۹۹ خ	۱/۲۵ نمره
۹	معادله ی مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	شهریور ۹۹	۱/۵ نمره
۱۰	معادله ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.	دی ۹۹	۱/۲۵ نمره
۱۱	معادله ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.	خرداد ۱۴۰۰	۱ نمره
۱۲	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟	شهریور ۱۴۰۰	۱ نمره
۱۳	معادله ی مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید.	دی ۱۴۰۰	۱/۵ نمره

فصل سوّم

((حد بی نهایت و حد در بینهایت))

درس ۱ : حد بی نهایت

تقسیم چند جمله ای ها

۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	دی ۹۸	۲۵/۰۱
۲	چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله ای $x + 2$ بخش پذیر است. در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.	خرداد ۹۹	۲۵/۰۱
۳	باقی مانده ی تقسیم $f(x) = 2x^3 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر با است. درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	دی ۹۹	۲۵/۰۱
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. چند جمله ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای بخش پذیر است.	دی ۱۴۰۰	۲۵/۰۱
	($(x + 1)$, $(x - 1)$)		

حدهای مبهم

۱	حد زیر را حساب کنید.	دی ۹۷	۲۵/۰۱
۲	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	خرداد ۹۸	۲۵/۰۱
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$		
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)}$		

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۳	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	تیر ۹۸	۱/۲۵ نمره
۴	حد زیر را حساب کنید.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$	شهریور ۹۸	۱/۲۵ نمره
۵	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}}$	دی ۹۸	۱/۲۵ نمره
۶	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$	خرداد ۹۹	۱ نمره
۷	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	خرداد ۹۹ خ	۱ نمره
۸	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	شهریور ۹۹	۱ نمره
۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$	دی ۹۹	۱ نمره
۱۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$	خرداد ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره
۱۱	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$	شهریور ۱۴۰۰	۱ نمره

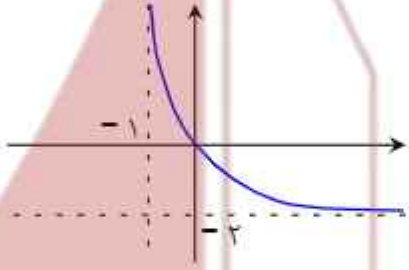
۱۲	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$	دی ۱۴۰۰	نمره ۱
حد بی نهایت				
۱	حد تابع زیر را به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$	دی ۹۷	نمره ۰/۵
۲	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$	خرداد ۹۸	نمره ۰/۷۵
۳	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2}$	تیر ۹۸	نمره ۰/۵
۴	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$	شهریور ۹۸	نمره ۰/۵
۵	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{ x - 3 }$	دی ۹۸	نمره ۰/۵
۶	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$	خرداد ۹۹	نمره ۰/۷۵
۷	حد زیر را حساب کنید.	$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$	خرداد ۹۹ خ	نمره ۰/۵
۸	حد توابع زیر در صورت وجود به دست آورید.	الف) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5}$	خرداد ۹۹ خ	نمره ۱/۵

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۹	حد تابع زیر را در صورت صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 }$	شهریور ۹۹	۰/۵ نمره
۱۰	حد تابع زیر را در صورت صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	دی ۹۹	۰/۵ نمره
۱۱	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$	خرداد ۱۴۰۰	۰/۷۵ نمره
۱۲	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$	شهریور ۱۴۰۰	۰/۵ نمره
۱۳	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$	دی ۱۴۰۰	۰/۷۵ نمره

درس ۲: حد در بی نهایت

۱	جای خالی را کامل کنید. حد تابع زیر وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر است.	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ \frac{\Delta x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$	دی ۹۷	۰/۲۵ نمره
---	---	---	-------	-----------

۵۰/۵ نمره	۹۸ خرداد	با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$ 	۲
۲۵/۵ نمره	۹۸ شهریور	در جای خالی عبارت مناسب را بنویسید. حد تابع $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می کند، برابر می باشد.	۳
۲۵/۵ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حد تابع $f(x) = \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است.	۴
۱ نمره	۹۹ خرداد	حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{3x - 1}$	۵
۵۰/۵ نمره	۹۹ خرداد	حد تابع زیر در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^2} \right)$	۶
۵۰/۵ نمره	۹۹ شهریور	حد تابع زیر در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 1}{6x^2 - 11x^2 - 3}$	۷
۵۰/۵ نمره	۱۴۰۰ خرداد	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$	۸

شهریور ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۹
نمره ۰/۵	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^9 + 5x^2}{2x^7 + 9}$	

((فصل چهارم : مشتق))

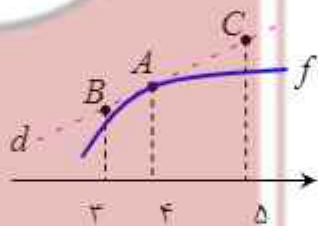
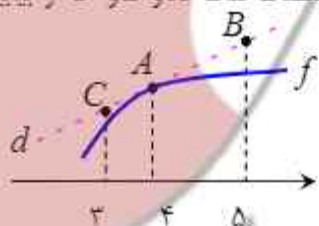
درس ۱ : آشنایی با مفهوم مشتق

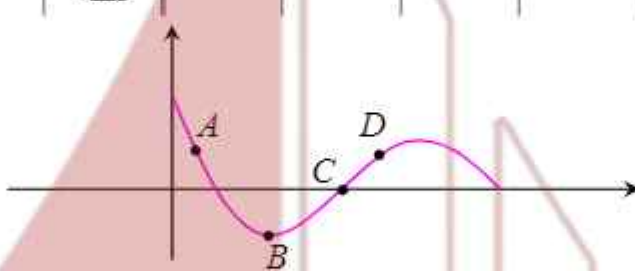
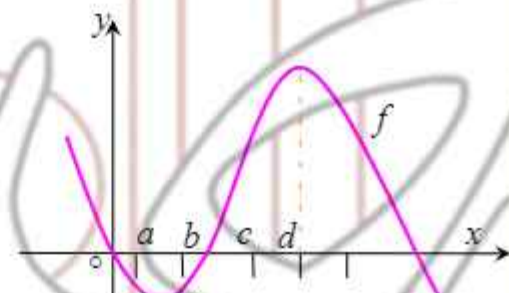
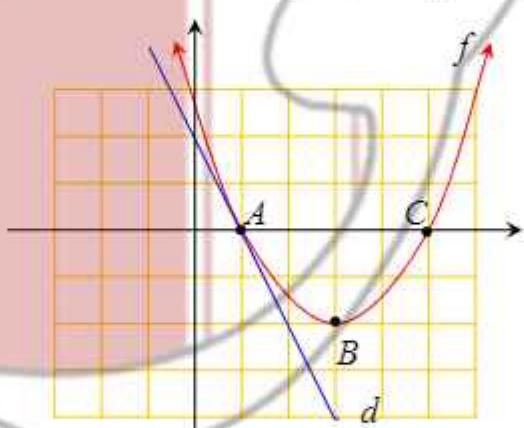
تعریف مشتق

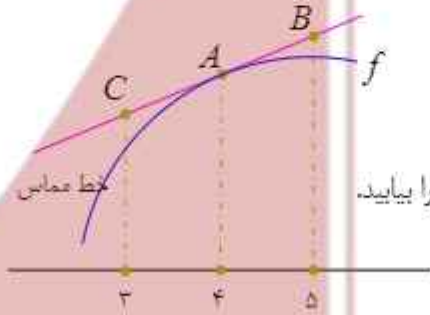
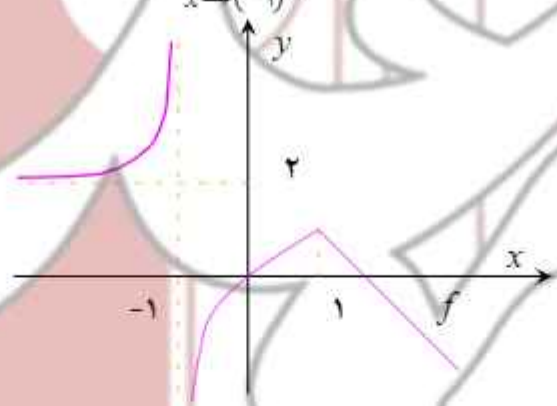
۱	اگر $f(x) = 1 - 2x^2$ باشد، $f'(-1)$ را با استفاده از تعریف مشتق بدست آورید.	دی ۹۷	۲۵۰ نمره
۲	مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول $x = -1$ به دست آورید.	خرداد ۹۸	۱ نمره

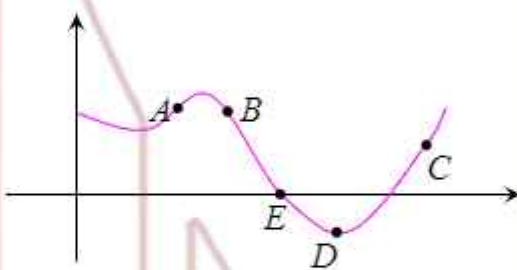
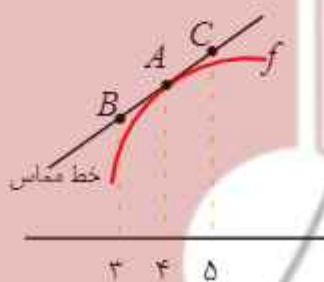
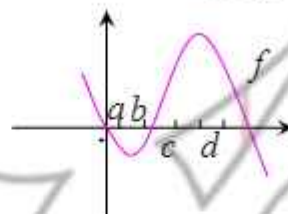
تعبیر هندسی مشتق

۱	در شکل مقابل، خط d بر نمودار تابع f در نقطه‌ای مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید.	دی ۹۷	۷۵۰ نمره
۲	در شکل مقابل، خط d بر نمودار تابع f در نقطه‌ای مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید.	تیر ۹۸	۱ نمره



شهریور ۹۸	نمره ۱	نقاط داده شده روی منحنی را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید. <table border="1"> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 	شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه					۳
شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲									
نقطه													
دی ۹۸	نمره ۱	با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول‌های a و b و c و d را با مشتق‌های داده شده در جدول نظیر کنید. <table border="1"> <tr> <th>x</th> <th>$f'(x)$</th> </tr> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </table> 	x	$f'(x)$		۰		-۰/۵		۲		-۰/۵	۴
x	$f'(x)$												
	۰												
	-۰/۵												
	۲												
	-۰/۵												
خرداد ۹۹	نمره ۱	در نمودار مقابل خط d در نقطه‌ی $x=1$ بر نمودار f مماس شده است. الف: مشتق تابع f را در نقطه‌ی $x=1$ محاسبه کنید. ب: شیب نمودار را در نقاط B و C مقایسه کنید. 	۵										

۲۵، نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x^2 - 3x$ در بازه‌ی $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است.	۶
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، $f'(2)$ را به دست آورید و معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع f را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۷
۱ نمره	شهریور ۹۹	برای تابع f در شکل روبرو داریم: $f(4) = 25 \text{ و } f'(4) = \frac{3}{2}$ با توجه به شکل مختصات نقاط A و B و C را بیابید. 	۸
۱ نمره	شهریور ۹۹	با توجه به نمودار $y = f(x)$ الف: حدود خواسته شده را بنویسید. ۱) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ۲) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$  ب: تابع $y = f(x)$ در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست.	۹

نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است.)	 <table border="1" data-bbox="421 412 667 669"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-۳</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	-۳		-۱		۰		۱		نمره ۱ دی ۹۹
شیب	نقطه											
-۳												
-۱												
۰												
۱												
برای تابع f در شکل رویو داریم: $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات B و C را بیابید.		نمره ۱ خرداد ۱۴۰۰										
با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول های a و b و c و d را با مشتق های داده در جدول نظیر کنید.	 <table border="1" data-bbox="596 1263 788 1498"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f'(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۱/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۳/۵</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f'(x)$		۰		-۱/۵		۲		-۳/۵	نمره ۱ شهریور ۱۴۰۰
x	$f'(x)$											
	۰											
	-۱/۵											
	۲											
	-۳/۵											
فرمول های مشتق گیری												
اگر $f'(2) = 3$ و $g'(2) = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(2g - f)'(2)$ برابر است.	نمره ۰/۷۵ دی ۹۷											
مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست.) الف) $f(x) = \left(\frac{x}{2x-1}\right)^5$ ب) $g(x) = x^2 \sqrt{x+1}$	نمره ۲ دی ۹۷											

۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست.) ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$ الف) $f(x) = (x^4 - 3x)^5$	۱/۵ خرداد ۹۸
۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست.) ب) $g(x) = \frac{\Delta x^2 - x}{\sqrt{x}}$ الف) $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$	۲ تیر ۹۸
۵	مشتق تابع $y = \frac{1}{x}(2\sqrt{x} - 1)^4$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۱/۵ شهریور ۹۸
۶	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) ب) $g(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$ الف) $f(x) = (x^2 + 1)^2(\Delta x - 1)$	۱/۷۵ دی ۹۸
۷	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) ب) $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{2x+2})$ الف) $f(x) = \left(\frac{-2x+1}{x^2+5}\right)^8$	۱/۷۵ خرداد ۹۹
۸	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) ب) $f(x) = (x^2 + 1)^2(\Delta x - 1)$ الف) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{-2x + 1}$	۲/۲۵ خرداد ۹۹
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) ب) $f(x) = \sqrt{\Delta x + 2}$ الف) $f(x) = \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^8$	۱ خرداد ۹۹
۱۰	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) ب) $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(x^2 + \Delta x)^7$ الف) $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x}}$	۱/۷۵ شهریور ۹۹
۱۱	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) ب) $g(x) = (\sqrt{2x+2})(x^2 + 1)$ الف) $f(x) = \left(\frac{x^2}{2x+1}\right)^5$	۱/۵ دی ۹۹

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۱۲	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$ ب) $g(x) = (2x^2-4)(2x-5)^3$	۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰
۱۳	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (x^2+2x+1)^5$ ب) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$	۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰
۱۴	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = (x^2+2x-1)^5$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2+1)$	۱/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۰
۱۵	اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، مقادیر $(3f+2g)'(1)$ را به دست آورید.	۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۰

درس ۲: مشتق پذیری و پیوستگی

۱	تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 0 \\ x^2-1 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف: نشان دهید $f'(0)$ وجود ندارد. ب: ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. ج: نمودار تابع f' را رسم کنید.	۱/۵ نمره	خرداد ۹۸
۲	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه‌ی $x=1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2+x & x \geq 1 \\ 3x-1 & x < 1 \end{cases}$	۱/۵ نمره	شهریور ۹۸
۳	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید که $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.	۱/۲۵ نمره	دی ۹۸
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در $x=a$ پیوسته باشد، آنگاه f در a مشتق پذیر است.	۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹

۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.	خرداد ۹۹	نمره ۰/۲۵
۶	تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر نیست. خط $x=0$ را منحنی می نامیم. به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4$ را در نقطه‌ی $x = -2$ بررسی کنید.	خرداد ۹۹	نمره ۱/۲۵
۷	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف: تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در نقطه‌ی $x=0$ مماس قائم دارد. ب: اگر تابع f پیوسته باشد، لزوماً مشتق پذیر است.	خرداد ۹۹ خ	نمره ۰/۲۵
۸	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ باشد، نشان دهید $f'(0)$ موجود نیست.	خرداد ۹۹ خ	نمره ۰/۲۵
۹	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه‌ی $x=1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$	خرداد ۹۹ خ	نمره ۱
۱۰	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر تابع f در $x=a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a ، است.	شهریور ۹۹	نمره ۰/۲۵
۱۱	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x+1 & x < 0 \end{cases}$ داده شده است. الف: نشان دهید که $f'(0)$ وجود ندارد. ب: ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. پ: نمودار تابع f' را رسم کنید.	شهریور ۹۹	نمره ۱/۵
۱۲	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر $h(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ باشد، آنگاه $h''(1)$ برابر است.	دی ۹۹	نمره ۰/۲۵

۱۳	با محاسبه‌ی مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه‌ی $x=0$ ، نشان دهید این تابع در نقطه‌ی $x=0$ مشتق پذیر نیست.	دی ۹۹	۷/۲۵ نمره
۱۴	با محاسبه‌ی مشتق راست و مشتق چپ تابع f ، در نقطه‌ی $A(1,1)$ ، نشان دهید که تابع f در نقطه‌ی A ، مشتق پذیر نیست.	خرداد ۱۴۰۰	۱ نمره
۱۵	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ ، نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.	شهریور ۱۴۰۰	۱ نمره
۱۶	مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه‌ی $x=-1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$	دی ۱۴۰۰	۷/۵ نمره
درس ۳: آهنگ تغییر			
۱	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^2$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه‌ی زمانی $[3, 4]$ چقدر است؟	دی ۹۷	۱ نمره

۲	خرداد ۹۸	۱ نمره	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ ، بر حسب متر داده شده است. تعیین کنید که در چه زمانی، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 4]$ با هم برابرند.
۳	تیر ۹۸	۱/۵ نمره	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف) آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه‌ی زمانی $[3, 4]$ چقدر است؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه‌ی $t = 3$ چقدر است؟
۴	شهریور ۹۸	۱ نمره	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می‌کند را به دست آورید.
۵	دی ۹۸	۱ نمره	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد. اگر x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) باشد، حساب کنید که آهنگ متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[5, 25]$ چقدر است؟
۶	خرداد ۹۹	۱/۵ نمره	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف: سرعت افزایش جرم این توده باکتری در بازه‌ی زمانی $1 \leq t \leq 4$ چقدر است؟ ب: آهنگ رشد جرم توده‌ی باکتری در لحظه‌ی $t = 4$ چقدر است؟
۷	خرداد ۹۹ خ	۱/۵ نمره	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ برابر است؟
۸	خرداد ۹۹ خ	۱ نمره	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم این توده‌ی باکتری در لحظه‌ی $t = 1$ چقدر است؟
۹	شهریور ۹۹	۵/۱۰ نمره	خودرویی در امتداد خط راست، طبق معادله‌ی $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند که در آن $0 \leq t \leq 5$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چقدر است؟
۱۰	دی ۹۹	۱ نمره	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

۱۱	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. حال اگر جهت حرکت به طرف بالا مثبت در نظر بگیریم و ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه، از معادله- $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست آید. الف: سرعت متوسط جسم را در بازه‌ی $[5, 8]$ به دست آورید. ب: مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم ۳۵ متر بر ثانیه است؟	خرداد ۱۴۰۰	۱/۵ نمره
۱۲	تابع ضابطه‌ی $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ متوسط قدر کودکان تا شصت ماهگی را نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟ ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چقدر است؟	شهریور ۱۴۰۰	۱/۵ نمره
۱۳	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه- ی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی $[0, 5]$ زمانی با هم برابرند؟	دی ۱۴۰۰	۱ نمره

((فصل پنجم : کاربرد مشتق))

درس ۱ : اکسترم های تابع

۱	الف : جدول تغییرات تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید. ب : نقاط بحرانی تابع f و اکسترمم مطلق این تابع را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.	دی ۹۷	۲ نمره
۲	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	خرداد ۹۸	۱ نمره
۳	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ به دست آورید.	خرداد ۹۸	۷/۲۵ نمره
۴	الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید. ب) اکسترمم های مطلق تابع f در بازه $[-1, 2]$ را تعیین کنید.	تیر ۹۸	۲/۵ نمره
۵	جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.	شهریور ۹۸	۱ نمره
۶	اکسترمم های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.	شهریور ۹۸	۱ نمره
۷	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی را به دست آورده و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	دی ۹۸	۲ نمره

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۲۷۲۵ نمره	خرداد ۹۹	۸	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید. الف: با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب: مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه‌ی $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.
۲ نمره	خرداد ۹۹	۹	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d و b را به دست آورید.
۱۷۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	۱۰	الف: نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. ب: اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d و b را به دست آورید.
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	۱۱	مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه‌ی $[-2, 1]$ در صورت وجود به دست آید.
۲۵ نمره	شهریور ۹۹	۱۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن است.
۷۵ نمره	شهریور ۹۹	۱۳	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ در بازه‌ی $[-1, 3]$ را در صورت وجود به دست آورید.
۱ نمره	شهریور ۹۹	۱۴	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر -3 باشد، مقادیر a و b را بیابید.
۲ نمره	دی ۹۹	۱۵	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$
۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	۱۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن است.

۱۷	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است.	خرداد ۱۴۰۰ نمره ۰.۲۵
۱۸	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.	خرداد ۱۴۰۰ نمره ۱/۵
۱۹	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟	شهریور ۱۴۰۰ نمره ۱/۵
۲۰	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ مشخص کنید.	دی ۱۴۰۰ نمره ۲
۲۱	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.	دی ۱۴۰۰ نمره ۱

درس ۲: بهینه سازی

۱	اگر محیط مستطیلی ۲۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود.	دی ۹۷ نمره ۱
۲	ورق فلزی مربع شکل به طول یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه‌ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه‌ی جعبه را به اندازه‌ی x بر می گردانیم تا یک جعبه‌ی در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.	خرداد ۹۸ نمره ۱/۲۵
۳	اگر بین دو عدد حقیقی y و x رابطه‌ی $y = 5 - 10x$ باشد. مقادیر y و x را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.	تیر ۹۸ نمره ۱
۴	دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد.	شهریور ۹۸ نمره ۱

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۵	دی ۹۸	نمره ۱	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.
۶	خرداد ۹۹	نمره ۱/۵	هر صفحه‌ی مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل متن با مساحت ۳۲ سانتی متر مربع خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه ۲ سانتی متر و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.
۷	خرداد ۹۹ خ	نمره ۱/۲۵	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.
۸	خرداد ۹۹ خ	نمره ۱/۵	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی به معادله‌ی $y = 12 - x^2$ باشند.
۹	شهریور ۹۹	نمره ۱/۲۵	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.
۱۰	دی ۹۹	نمره ۱	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیش‌ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.
۱۱	خرداد ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید.
۱۲	شهریور ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

((فصل ششم : هندسه))

درس ۱ : تفکر تجسمی

۱	درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول یکی از اضلاع زاویدی قائمه‌ی به صورت مخروط توپر می باشد. (درست، نادرست)	۲۵. خرداد ۹۸	نمره
۲	درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. اگر صفحه‌ی P در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک هذلولی است.	۲۵. شهریور ۹۸	نمره
۳	در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن است.	۲۵. شهریور ۹۸	نمره
۴	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، آن نامیده می شود.	۲۵. دی ۹۸	نمره
۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن یک است.	۲۵. خرداد ۹۹	نمره
۶	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه به طور عمودی برش داده می شود، سطح مقطع یک است.	۲۵. خرداد ۹۹	نمره
۷	عبارت مناسب را انتخاب کنید. اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و در هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نشود و از رأس نگذرد، شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی خواهد بود. (بیضی ، سهمی ، هذلولی)	۲۵. شهریور ۹۹	نمره

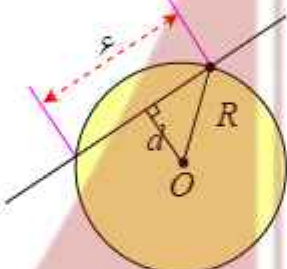
بیضی

۱	دی ۹۷	در یک بیضی قطر بزرگ ۸ و قطر کوچک آن ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی چقدر است؟
۲	خرداد ۹۸ نمره ۰/۲۵	گزینه‌ی مناسب را از بین گزینه‌های داخل پراتنز انتخاب کنید. هر چه خروج از مرکز بیضی (کوچکتر، بزرگتر) شود، شکل به دایره نزدیکتر خواهد شد.
۳	خرداد ۹۸ نمره ۱	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله‌ی کانونی را به دست آورید.
۴	تیر ۹۸ نمره ۱/۵	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را به دست آورید. ب) اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک را پیدا کنید.
۵	شهریور ۹۸ نمره ۰/۷۵	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = ۵$ و $b = ۳$ در این صورت اندازه‌ی فاصله‌ی کانونی این بیضی را محاسبه کنید.
۶	دی ۹۸ نمره ۱/۵	کانون‌های یک بیضی $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است. الف: فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب: اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.
۷	خرداد ۹۹ نمره ۲	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است. الف: فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله‌ی قطر بزرگ بیضی را بنویسید. ب: اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.
۸	خرداد ۹۹ نمره ۱/۲۵	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است و اندازه‌ی قطر بزرگ ۱۲ می‌باشد، فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.
۹	خرداد ۹۹ نمره ۱/۵	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مختصات مرکز آن $O(۴, ۵)$ باشد. الف: فاصله‌ی کانونی بیضی را پیدا کنید. ب: مختصات دو سر قطر بزرگ آن را بنویسید.

شهریور ۹۹	نمره ۲۵/۱۰	در هر قسمت، عبارت مناسب را انتخاب کنید. اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به شکل نزدیک خواهد شد. (پاره خط، دایره، نقطه)
شهریور ۹۹	نمره ۱	کانون های یک بیضی نقاط $(2, 5)$ و $(2, -3)$ و $a = 5$ است. مختصات مرکز و اندازه ی قطر کوچک بیضی را پیدا کنید.
دی ۹۹	نمره ۱/۵	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف: طول قطر کانونی و فاصله ی کانونی را محاسبه کنید. ب: مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید.
خرداد ۱۴۰۰	نمره ۲۵/۱۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.
خرداد ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	کانون های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(1, -5)$ است. الف: فاصله ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب: اگر $a = 6$ باشد، اندازه ی قطر کوچک را پیدا کنید. (اندازه ی نصف قطر بزرگ بیضی است.)
شهریور ۱۴۰۰	نمره ۱	در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه ای با مختصات $(4, 5)$ باشد. الف) فاصله ی کانونی بیضی را پیدا کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید.
دی ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ و مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف: فاصله ی کانونی را محاسبه کنید. ب: مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ این بیضی را پیدا کنید.
درس ۲: دایره		
دی ۹۷	نمره ۲۵/۱۰	معادله ی گسترده ی دایره ای به صورت $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ می باشد. مرکز و شعاع دایره را بنویسید.

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل ششم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۲	خرداد ۹۸	۲ نمره	وضعیت دو دایره به معادلات $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ نسبت به هم را مشخص کنید.
۳	تیر ۹۸	۱/۷۵ نمره	وضعیت دو دایره به معادلات $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 7$ و $x^2 + (y-5)^2 = 5$ نسبت به هم را مشخص کنید.
۴	شهریور ۹۸	۱/۲۵ نمره	وضعیت خط $x + y = 3$ را نسبت به دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ مشخص کنید.
۵	دی ۹۸	۰/۷۵ نمره	وضعیت دایره‌ی $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ و خط $y = -1$ را نسبت به هم مشخص کنید.
۶	خرداد ۹۹	۱ نمره	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.
۷	خرداد ۹۹	۱ نمره	وضعیت دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 = 2$ و خط $y = -x - 2$ را نسبت به هم مشخص کنید.
۸	شهریور ۹۹	۱ نمره	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y = 1$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.
۹	دی ۹۹	۱ نمره	معادله‌ی دایره‌ای به شکل $(x+1)^2 + y^2 = 4$ می باشد. الف : مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع دایره را بنویسید. ب : مختصات تقاطع دایره با محور x ها را پیدا کنید.
۱۰	خرداد ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. شعاع دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ برابر است.

۱۵/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	مرکز دایره ای، نقطه‌ی $O(2, -3)$ است. این دایره روی خط $3x - 4y + 2 = 0$ وتری به طول ۶ جدا می کند. معادله‌ی این دایره را بنویسید. 	۱۱
۱۵/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	وضعیت خط $x + y = 3$ و دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱۲
۱ نمره	دی ۱۴۰۰	معادله‌ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن $(0, 3)$ بوده و بر خط $3x - 4y = 3$ مماس باشد.	۱۳

((فصل هفتم : احتمال))

یادآوری مفاهیم

۱	جای خالی را با یکی از گزینه های داخل پرانتز کامل کنید. دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد (مستقل ، ناسازگار) هستند.	۹۵ خرداد نمره ۰/۲۵
۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه با هم رخ ندهند.	۹۸ دی نمره ۰/۲۵
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو پیشامد B و A را ناسازگار می گوئیم، هرگاه B و A با هم رخ ندهند.	۹۹ خرداد نمره ۰/۲۵
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. منظور از احتمال $P(A B)$ این است که احتمال وقوع پیشامد A به شرط آن که بدانیم پیشامد B رخ داده است.	۹۹ خرداد نمره ۰/۲۵
۵	در هر قسمت، عبارت مناسب را انتخاب کنید. الف: دو پیشامد A و B را گوئیم هرگاه وقع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. (مستقل ، ناسازگار، سازگار) ب: احتمال وقوع پیشامد A به شرط اینکه بدانیم پیشامد B رخ داده است، به صورت نمایش داده می شود. ($P(A - B)$ ، $P(A B)$ ، $P(B A)$)	۹۹ شهریور نمره ۰/۵

قانون احتمال کل

۱	یک سکه را پرتاب می کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه ی دیگر را با هم پرتاب می کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، چقدر است؟	۹۷ دی نمره ۱/۵
---	--	-------------------

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل هفتم درس ریاضی ۳ پایه ی دوازدهم رشته ی علوم تجربی

۲	خرداد ۹۸	۱/۷۵ نمره	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره ی سبز و ۳ مهره ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره ی سبز و ۴ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟
۳	تیر ۹۸	۱/۷۵ نمره	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و یک مهره از آن بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره ی انتخابی آبی باشد، چقدر است؟
۴	شهریور ۹۸	۱/۵ نمره	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول یک مهره انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. حساب کنید که با چه احتمالی این مهره آبی است؟
۵	دی ۹۸	۱/۲۵ نمره	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟
۶	خرداد ۹۹	۲ نمره	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندش باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟
۷	خرداد ۹۹	۱/۲۵ نمره	دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه ی دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب هستند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟
۸	خرداد ۹۹	۱ نمره	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و به دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن را داشته باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری خاص مبتلا خواهد شد؟
۹	شهریور ۹۹	۱ نمره	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر ۰/۰۷ و نوزاد دختر ۰/۰۴ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندش باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟
۱۰	دی ۹۹	۱/۵ نمره	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره ی قرمز و ۳ مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره ی انتخابی آبی باشد، چقدر است؟

۲ نمره	خرداد ۱۴۰۰	۱۱	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0.8/0$ و نوزاد دختر $0.3/0$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟
۲ نمره	شهریور ۱۴۰۰	۱۲	دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. حساب کنید که به چه احتمالی این مهره سبز است؟
۷/۵ نمره	دی ۱۴۰۰	۱۳	۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد و فقط ۴ مهره از بین آنها قرمزند. در ظرف دوم همه ی مهره ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره ی قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره ی قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره ی انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

فصل اول ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

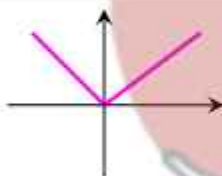
فصل ۱: تابع

درس ۱: توابع چند جمله ای

۱	نادرست
۲	پایین
۳	درست
۴	درست
۵	پایین تر

توابع صعودی و نزولی

۱	درست
۲	صعودی
۳	درست
۴	صفر
۵	نادرست
۶	ثابت
۷	درست
۸	نادرست. تابع قدرمطلق در دامنه اش که مجموعه ای اعداد حقیقی است نه صعودی و نه نزولی است.
۹	ثابت
۱۰	یکنوا



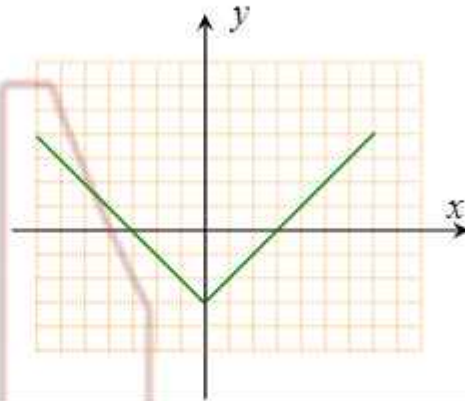
درس ۲: ترکیب توابع

$g(x) = x^2$	۱
$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\}$	۲
$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4 \mid \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$	۳
$D_f \geq 1, Dg = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid f(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$	۴
$D_g = [-6, +\infty), D_f = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۵
$f(g(x)) = 3g(x) - 4 \Rightarrow f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14 \rightarrow 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$ $\rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18 \rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$	۶
الف) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4-2x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 2]$ ب) $(g \circ f)(2) = \frac{f}{g}(0) = (-1) - (-2) = 1$	۷
$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = \sin \sqrt{x}$ نادرست	۸
$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(7) = 5$	۹
$D_f = \mathbb{R}$ $D_g = x + 6 \geq 0 \rightarrow x \geq -6$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۱۰

$f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ $\square \square \square \square \square \rightarrow f(g(x)) = 3g(x) - 4$ $\rightarrow 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18$ $\square \square \rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$	۱۱
الف : $D_f = [1, +\infty), D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ $= \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 \geq 2\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ب : $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$	۱۲
الف) $f(-3) = 1$ ب) $2t - 1 = -4 \rightarrow t = -\frac{3}{2}$ پ) $[-2, +\infty)$	۱۳
الف) $D_f = [1, +\infty), D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in \mathbb{R}\}$ $= (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ب) $(g \circ f)(2) = 1$	۱۴
الف) $g(f(1)) = g(2) = -2$ ب) $(f + g)(0) = -1 + 3 = 2$ $(f \circ (f + g))(0) = f((f + g)(0)) = f(2) = -5$	۱۵
درست	۱۶

$$(g \circ f)(-1) = g(-1) = -5$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(2) = g^{-1}(0) = -4$$



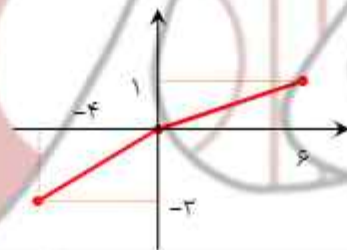
تبدیلات

۱ طول نقاط دو برابر و عرض نقاط ۲ واحد کم می شود.

تابع اصلی			
x	-۲	۰	۳
y	-۱	۲	۳



تابع جدید			
x	-۴	۰	۶
y	-۳	۰	۱

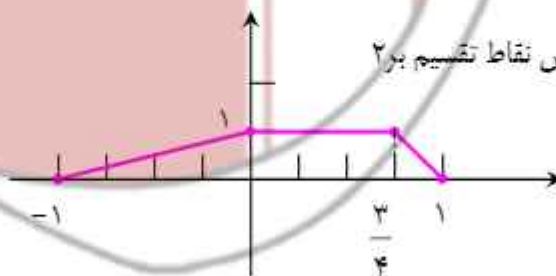


۲

تابع اصلی				
x	-۴	۰	۳	۴
y	۰	۲	۲	۰



تابع جدید				
x	-۱	۰	$\frac{3}{4}$	۱
y	۰	۱	۱	۰

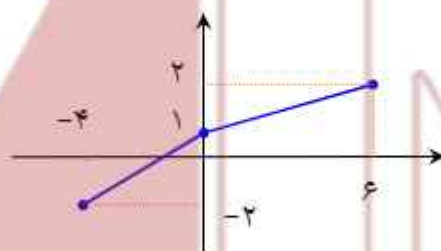


طول نقاط تقسیم بر ۴ و عرض نقاط تقسیم بر ۲

۳

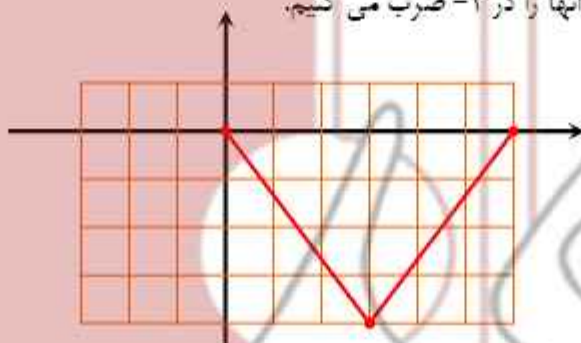
تابع اصلی				تابع جدید			
x	-۲	۰	۳	x	-۴	۰	۶
y	-۱	۲	۳	y	-۲	۱	۲

طول نقاط نمودار را دو برابر و عرض نقاط را یک واحد کم می کنیم.



۴

طول نقاط را سه برابر و عرض آنها را در ۲- ضرب می کنیم.



۵

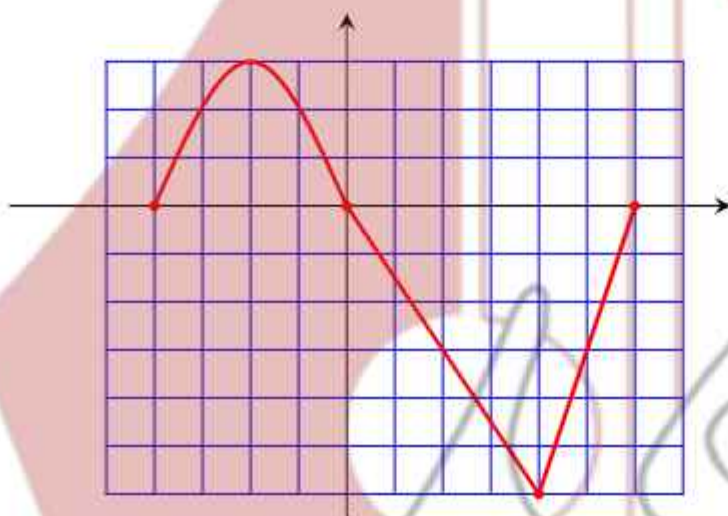
نادرست

۶ الف : ابتدا مختصات نقاط مهم تابع اصلی را تعیین می کنیم.

x	-۲	-۱	۰	۲	۳
y	۰	۱	۰	-۲	۰

اکنون طول نقاط دو برابر و عرض نقاط را سه برابر می کنیم تا مختصات نقاط مهم تابع جدید بدست آیند.

x	-۴	-۲	۰	۴	۶
y	۰	۳	۰	-۶	۰



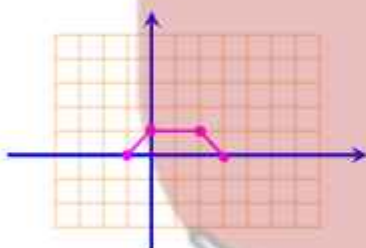
ب : $D = [-۴, ۶]$

۷ عرض نقاط دو برابر می شود و لذا برد تابع جدید می شود $[-۲, ۸]$

۸ نادرست

۹ درست

۱۰ طول نقاط اصلی نمودار را در $\frac{1}{۳}$ و عرض آنها را در $\frac{1}{۳}$ ضرب می کنیم.



۱۱ درست

۶ الف :	$y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \sqrt{y+2} \rightarrow x^2 = (\sqrt{y+2})^2 \rightarrow x^2 = y+2 \rightarrow x^2 - 2 = y$ $\rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2$ ب این تابع یک سهمی رو به بالا است. طول رأس سهمی به صورت زیر است. $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(1)} = 2$ لذا تابع در بازه هایی نظیر $(-\infty, 2)$ یا $(2, +\infty)$ یک به یک خواهد بود. توجه : بازه های دیگر نیز می توان نوشت و از طرف ۲ نیز ، بازه را می توان بسته نوشت.
۷	باید نشان دهیم که $f(g(x)) = x$ و $g(f(x)) = x$ $f(g(x)) = f\left(\frac{3-2x}{1}\right) = \frac{-1\left(\frac{3-2x}{1}\right) + 3}{2} = \frac{-(3-2x) + 3}{2} = \frac{-3 + 2x + 3}{2} = \frac{2x}{2} = x$ $g(f(x)) = g\left(\frac{-1x + 3}{2}\right) = \frac{3 - 2\left(\frac{-1x + 3}{2}\right)}{1} = \frac{3 - (-1x + 3)}{1} = \frac{3 + 1x - 3}{1} = \frac{1x}{1} = x$
۸	$f(x) = -\frac{5}{7}x - 3$ $y = -\frac{5}{7}x - 3 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -\frac{5}{7}y - 3 \rightarrow x + 3 = -\frac{5}{7}y$ $\xrightarrow{\cdot(-\frac{7}{5})} -\frac{7}{5}\left(x + 3\right) = y \rightarrow y = -\frac{7x + 6}{5}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{7x + 6}{5}$

$y = -\delta - \sqrt{3x+1} \Rightarrow x = -\delta - \sqrt{3y+1} \Rightarrow x + \delta = -\sqrt{3y+1} \Rightarrow (x + \delta)^2 = 3y + 1$ $\Rightarrow \frac{(x + \delta)^2 - 1}{3} = y$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x + \delta)^2 - 1}{3}$	۹
	۱۰ درست
	۱۱ نادرست

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی

فصل دوم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۲: مثلثات

درس ۱: توابع متناوب

$\max(f) = 3 + 2 = 5$ و $\min(f) = - 3 + 2 = -1$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$	۱
$\max(f) = -2 + 1 = 3$ و $\min(f) = - -2 + 1 = -1$	۲
$\max(f) = 2 - 1 = 1$ و $\min(f) = - 2 - 1 = -3$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{2}{3}$	۳
$\max(f) = -3 + 1 = 4$ و $\min(f) = - -3 + 1 = -2$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$	۴
$\max(f) a + c = \pi - 2 = \pi - 2$ $\min(f) = - a + c = - \pi - 2 = -\pi - 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$	۵
$\max(y) = a + c = 1 + \sqrt{2}$ $\min(y) = - a + c = -1 + \sqrt{2}$ $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$	۶
$\min(y) = - a + c = - 3 + (-2) = -5$ درست	۷
$T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4 b = 2 \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$	۸

$ a = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{-1 - (-7)}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$ $c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$ این توابع می توانند، به شکل زیر باشند. $y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} y = 3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = -3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = 3 \sin(-\frac{1}{2})x - 4 \\ y = -3 \sin(-\frac{1}{2})x - 4 \end{cases}$	
$T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2} = \pi$ دوره تناوب $y_{\max} = a + c = 3 - 4 = -1$ مقدار ماکزیمم $y_{\min} = - a + c = -3 - 4 = -7$ مقدار می نیمم	۹
$\max(y) = a + c = \pi + 1$ $\min(y) = - a + c = -\pi + 1$ $T = \frac{2\pi}{ -1 } = 2\pi$	۱۰
$\min(f) = - a + c = -8 + 0 = -8$ $\max(f) = a + c = 8 + 0 = 8$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$	۱۱
با توجه به نمودار می توان نوشت: $\max(f) = 5, \quad \min(f) = 1, \quad T = 4\pi - 0 = 4\pi$	۱۲

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

$$c = \frac{\max(f) + \min(f)}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

پس داریم:

$$y = a \cos bx + c = a \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 3$$

نمودار تابع از نقطه‌ی $(0, 5)$ می‌گذرد، لذا:

$$5 = a \cos\left(\frac{1}{2}(0)\right) + 3$$

$$\rightarrow 5 = a + 3 \rightarrow a = 2$$

در نتیجه:

$$y = a \cos bx + c = 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 3$$

یا اینکه:

$$y = a \cos bx + c = 2 \cos\left(-\frac{1}{2}x\right) + 3$$

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$$

$$c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin\left(\pm \frac{1}{2}x\right) + 2$$

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \rightarrow a = -2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \rightarrow b = 1$$

۱۳

۱۴

$$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

$$f(x) = a \cos bx + c \rightarrow f(x) = -2 \cos x$$

تابع تنازات

$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$	۱
نادرست	۲
درست	۳
π	۴
R	۵
$T = \pi$	۶
صعودی	۷
نادرست	۸

روابط مثلثاتی

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\sin^2 (22/5)^\circ = \frac{1}{2}(1 - \cos 45^\circ) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ $\rightarrow \sin(22/5)^\circ = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	۱
$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{5}{13}\right)^2 - 1 = \frac{2 \cdot 25}{169} - 1 = \frac{50 - 169}{169} = -\frac{119}{169}$	۲

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\sin^2 (15)^\circ = \frac{1}{2}(1 - \cos 30^\circ) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ $\rightarrow \sin(15)^\circ = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۳
رجوع شود به تمرین ۳	۴
$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۵
$A = 4 \sin x \cos x \cos 2x = 2(2 \sin x \cos x) \cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x$ $x = (7/5)^\circ \rightarrow A = \sin 4(7/5) = \sin 28^\circ = \frac{1}{2}$	۶

درس ۲: معادلات مثلثاتی

$\sin x - 1 + 2 \sin^2 x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$	۱
$(1 - 2 \sin^2 x) - \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = -1, \sin x = \frac{1}{2}$ $\sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ $\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$	۲

$\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt{2} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$	۳
$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \sqrt{2} \sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$	۴
$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0$ $\rightarrow \cos x (2\cos x - 1) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$	۵
$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$ $\Delta = (-9)^2 - 4(2)(-5) = 81 + 40 = 121 \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{9+11}{4} = 5 \\ \cos x = \frac{9-11}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$ تساوی $\cos x = 5$ غیر ممکن است ولی تساوی $\cos x = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است. لذا: $\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$	۶

$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	۷
$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$	۸
$(1 - \sin^2 x) - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$ $\sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow 4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$ $\Delta = (4)^2 - 4(1)(-3) = 16 + 12 = 28$ $\rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-4 + \sqrt{28}}{2(4)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{-4 - \sqrt{28}}{2(4)} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2} \end{cases}$ برای حالت $\sin x = \frac{1}{2}$ می توان نوشت: $\sin x = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$ ولی حالت $\sin x = -\frac{3}{2}$ قابل قبول نیست.	۹
$2\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{3} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$	۱۰
$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow 2\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	۱۱

$\square \square \square \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$	
$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \quad \square \quad \square \rightarrow \frac{1}{2} (4)(8) \sin \theta = 8 \rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\rightarrow \theta = 45^\circ \text{ or } \theta = 135^\circ$ لذا با شرایط دو مثلث می توان رسم کرد.	۱۲
$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} (2 \sin x - 1)(2 \sin x + 2) = 0$ $\rightarrow (2 \sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$ $2 \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$ $\sin x + 1 = 0 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$	۱۳

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی

فصل سوم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۳: حد بی نهایت و حد در بی نهایت

درس ۱: حد بی نهایت

تقسیم چند جمله ای ها

۱	درست
۲	$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $R = f(3) = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 18 - 15 + 1 = 4$
۳	درست
۴	$x + 1$

حدهای مبهم

۱	$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+3)(\sqrt{x+1}+2)$ $= (3+3)(\sqrt{3+1}+2) = 6 \cdot 4 = 24$
۲	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \cdot \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{(1+2)(1+\sqrt{1})}$ $= \frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)}{2 - \sqrt{x+1}} \cdot \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{4 - (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{3 - x}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} -(x+3)(2 + \sqrt{x+1}) = -(3+3)(2 + \sqrt{3+1}) = -24$	۳
$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{(x-4)(x+4)} \cdot \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{(x-4)(x+4)(2 + \sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{(x+4)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{(4+4)(2 + \sqrt{4})} = \frac{-1}{8 \cdot 4} = -\frac{1}{32}$	۴
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} \cdot \frac{x - \sqrt{2x+3}}{x - \sqrt{2x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - (2x+3)} \cdot \frac{x - \sqrt{2x+3}}{1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3} \cdot (x - \sqrt{2x+3})$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-3)} \cdot (x - \sqrt{2x+3}) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x-3} \cdot (x - \sqrt{2x+3})$ $= \frac{-1-1}{-1-3} \cdot (-1 - \sqrt{2(-1)+3}) = \frac{1}{2}(-1-1) = -1$	۵
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} \cdot \frac{x + \sqrt{x+6}}{x + \sqrt{x+6}}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - (x+6)} \cdot (x + \sqrt{x+6}) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x-3)} \cdot (x + \sqrt{x+6})$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+2} \cdot (x + \sqrt{x+6}) = \frac{3+1}{3+2} \cdot (3 + \sqrt{3+6}) = \frac{24}{5}$	۶
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} \cdot \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{4 - (x+1)} \cdot (2 + \sqrt{x+1})$	۷

$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(2+\sqrt{x+1})}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2} -(x+2)(2+\sqrt{x+1})$ $= (-6) \cdot (2+2) = -24$	
$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(2+\sqrt{x+1})}{(2-\sqrt{x+1})(2+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(2+\sqrt{x+1})}{(4-(x+1))}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(2+\sqrt{x+1})}{-x+3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(2+\sqrt{x+1})}{-(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(2+\sqrt{x+1})}{-1} = \frac{(2+2)(2+\sqrt{2+1})}{-1} = -24$	۸
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \cdot \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$	۹
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \cdot \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4-(x-1)}{x-5} \cdot \frac{1}{2+\sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{x-5} \cdot \frac{1}{2+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-1}{2+\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{2+\sqrt{5-1}} = \frac{-1}{4}$	۱۰
$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$	۱۱
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-x}{4x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x}{2x+1} = \frac{\frac{1}{2}}{2(\frac{1}{2})+1} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$	۱۲

حد بی نهایت

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 - 3}{2 - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{-1} = +\infty$	۱
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{[0^-]}{\sin(0^-)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$	۲
$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{2(1)}{1 - (1^+)^2} = \frac{2}{-} = +\infty$	۳
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^+} = \frac{1}{-} = +\infty$	۴
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 } = \frac{2}{ 3 - 3 } = \frac{2}{0^+} = +\infty$	۵
$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{2^- - 3} = \frac{-1}{-} = +\infty$	۶
$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{(-2)^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{4 - 4} = \frac{+6}{0^+} = +\infty$	۷
الف) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x + 1 } = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[-\frac{1}{3}]}{ 3x + 1 } = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{ 3x + 1 } = \frac{-1}{ 3(-\frac{1}{3}) + 1 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty$	۸
ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2(5)}{(5^-) - 5} = \frac{10}{-} = -\infty$	
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{2(x - \frac{1}{2})} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{2 x - \frac{1}{2} } = \frac{-3}{2 \cdot 0^+} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$	۹

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$	۱۰
$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{ 3x+1 } = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{-1}{ 3x+1 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty$	۱۱
$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$	۱۲
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{0+1}{0^+} = +\infty$	۱۳

درس ۲: حد دربی نهایت

	۱
الف) -2 ب) $+\infty$	۲
	۳
	۴
الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{-\infty} = 0$	۵
ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$	
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^2}) = 9 + \frac{7}{(-\infty)^2} = 9 + \frac{7}{+\infty} = 9 + 0 = 9$	۶
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 1}{6x^2 - 11x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{6x^2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	۷
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 + \frac{1}{x^2})}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{4}{x} - 5)} = \frac{3+0}{0-5} = -\frac{3}{5}$	۸

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5 + 5x^2}{2x^2 + 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 = -\infty$$

۹

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی

فصل چهارم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۴ : مشتق

درس ۱ : آشنایی با مفهوم مشتق

تعریف مشتق

$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - 2x^2 + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(1 - x)(1 + x)}{x + 1} = 4$	۱
$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2 + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = 3$	۲

تعبیر هندسی مشتق

$f(4) = 24 \rightarrow A(4, 24)$ $f(4) = 24$, $f'(4) = m_{AB} = 1/5$ $d: y - 24 = \frac{1}{5}(x - 4) \rightarrow y - 24 = \frac{1}{5}x - \frac{4}{5} \rightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{116}{5}$ $x = 5 \rightarrow y = \frac{1}{5}(5) + \frac{116}{5} = \frac{121}{5} \rightarrow B(5, \frac{121}{5})$ $x = 3 \rightarrow y = \frac{1}{5}(3) + \frac{116}{5} = \frac{119}{5} \rightarrow C(3, \frac{119}{5})$	۱
---	---

$f(۴) = ۲۵ \rightarrow A(۴, ۲۵)$ $f(۴) = ۲۵$, $f'(۴) = m_{AB} = ۱/۵$ $d: y - ۲۵ = \frac{۳}{۲}(x - ۴) \rightarrow y - ۲۵ = \frac{۳}{۲}x - ۶ \rightarrow y = \frac{۳}{۲}x + ۱۹$ $x = ۵ \rightarrow y = \frac{۳}{۲}(۵) + ۱۹ = \frac{۵۱}{۲} \rightarrow B(۵, \frac{۵۱}{۲})$ $x = ۳ \rightarrow y = \frac{۳}{۲}(۳) + ۱۹ = \frac{۴۷}{۲} \rightarrow C(۳, \frac{۴۷}{۲})$	۲										
<table><tr><td>شیب</td><td>۱</td><td>۰</td><td>$\frac{۱}{۲}$</td><td>- ۲</td></tr><tr><td>نقطه</td><td>C</td><td>B</td><td>D</td><td>A</td></tr></table>	شیب	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	- ۲	نقطه	C	B	D	A	۳
شیب	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	- ۲							
نقطه	C	B	D	A							
<table><tr><td>x</td><td>d</td><td>b</td><td>c</td><td>a</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>.</td><td>۰/۵</td><td>۲</td><td>- ۰/۵</td></tr></table>	x	d	b	c	a	f'(x)	.	۰/۵	۲	- ۰/۵	۴
x	d	b	c	a							
f'(x)	.	۰/۵	۲	- ۰/۵							
الف) $f'(۱) = \frac{۲-۰}{۰-۱} = -۲$ ب) $m_B < m_C$	۵										
	۶ نادرست										
$f(۲) = ۳(۲)^۲ - ۲(۲) + ۱ = ۱۲ - ۴ + ۱ = ۹$ $f'(x) = ۶x - ۲ \rightarrow m = f'(۲) = ۶(۲) - ۲ = ۱۰$ شیب خط مماس $y = m(x - a) + b \rightarrow y = ۱۰.(x - ۲) + ۹ \rightarrow y = ۱۰x - ۱۱$ معادله‌ی خط مماس	۷										

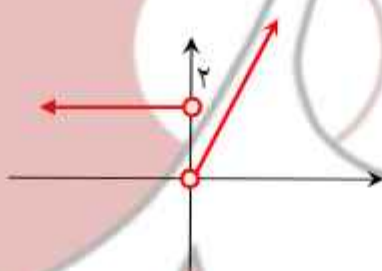
$f(4) = 25 \rightarrow A(4, 25)$ $f'(4) = \frac{3}{2} \rightarrow m = \frac{3}{2}$ شیب خط مماس $y = m(x - a) + b \rightarrow y = \frac{3}{2}(x - 4) + 25$ معادله‌ی خط مماس $x = 5 \rightarrow y = \frac{3}{2}(5 - 4) + 25 = 26/2 \Rightarrow B(5, 26/2)$ $x = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}(3 - 4) + 25 = 23/2 \Rightarrow C(3, 23/2)$	۸										
الف : ۱) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ۲) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$ ب : تابع در نقاط $x = -1$ و $x = 1$ مشتق پذیر نیست.	۹										
<table><tr><td>نقطه</td><td>A</td><td>D</td><td>B</td><td>E</td></tr><tr><td>شیب</td><td>۱</td><td>۰</td><td>-۱</td><td>-۳</td></tr></table>	نقطه	A	D	B	E	شیب	۱	۰	-۱	-۳	۱۰
نقطه	A	D	B	E							
شیب	۱	۰	-۱	-۳							
$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 1/5 \Rightarrow \frac{f(4) - 24}{1} = 1/5 \rightarrow f(4) = 24 + 1/5 = 24.2$ $\rightarrow B(3, 22/5)$ $\frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 1/5 \Rightarrow \frac{f(5) - 24}{1} = 1/5 \rightarrow f(5) = 24 + 1/5 = 24.2$ $\rightarrow C(5, 25/5)$	۱۱										
<table><tr><td>x</td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-۰/۵</td><td>۰/۵</td><td>۲</td><td>۰</td></tr></table>	x	a	b	c	d	f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰	۱۲
x	a	b	c	d							
f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰							
فرمول های مشتق گیری											
$2g'(2) - f'(2) = 2(5) - 3 = 7$	۱										

الف) $f'(x) = 5 \cdot \left(\frac{x}{2x-1}\right)^4 \cdot \left(\frac{2x-1-2x}{(2x-1)^2}\right)$	۲
ب) $g'(x) = 2x \cdot (\sqrt{x+1}) + \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right) \cdot x^2$	
الف) $f'(x) = 5 \cdot (4x^3 - 2)(x^4 - 2x)^4$	۳
ب) $g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(1-x) - (-1)\sqrt{x}}{(1-x)^2}$	
الف) $f'(x) = 5 \cdot (2x+2)(x^3 + 2x+1)^4$	۴
ب) $g'(x) = \frac{(1 \cdot x - 1)\sqrt{x} - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(5x^3 - x)}{(\sqrt{x})^2}$	
$y' = \frac{-1}{x^2} \cdot (2\sqrt{x}-1)^4 + 4\left(\frac{2}{2\sqrt{x}} - 0\right)(2\sqrt{x}-1)^3 \cdot \frac{1}{x}$	۵
الف) $f'(x) = 3(2x)(x^3 + 1)^2(5x-1) + 5(x^3 + 1)^2$	۶
ب) $g'(x) = \frac{9(\sqrt{x}) - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(9x-2)}{(\sqrt{x})^2}$	
الف) $f'(x) = 8\left(\frac{-3(x^3 + 5) - (2x)(-3x+1)}{(x^3 + 5)^2}\right)\left(\frac{-3x+1}{x^3 + 5}\right)^7$	۷
ب) $g'(x) = \left(\frac{-1}{x^2}\right)(\sqrt{3x+2}) + \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)$	

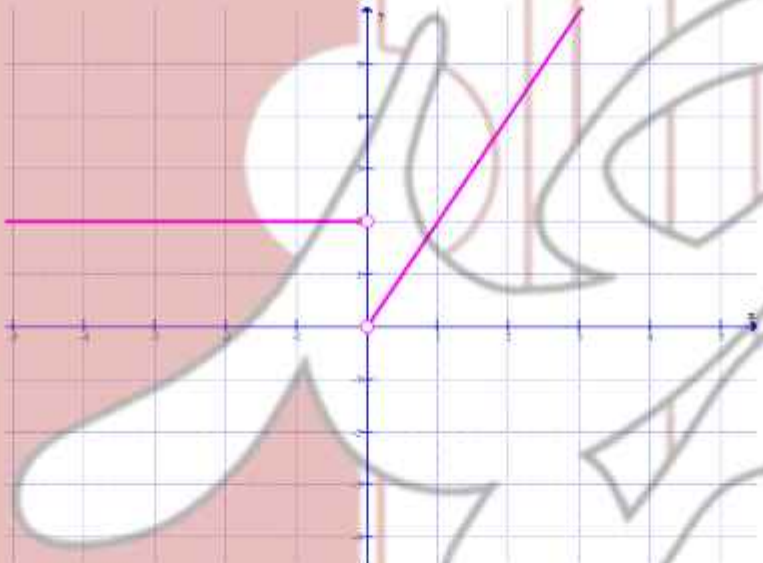
الف: مشتق تابع کسری	
$f'(x) = \frac{(2x-3)(-3x+1) - (-3)(x^2-3x+1)}{(-3x+1)^2}$	۸
ب: مشتق حاصل ضرب دو تابع	
$f'(x) = 3(2x)(x^2+1)^2(5x-1) + 5(x^2+1)^2$	
الف) $f'(x) = 8 \left(\frac{-3(x^2+5) - 2x(-3x-1)}{(x^2+5)^2} \right) \left(\frac{-3x-1}{x^2+5} \right)^7$	۹
ب) $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+3}}$	
الف) $f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x+1)}{(\sqrt{x})^2}$	۱۰
ب) $f'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(x^2+5x)^7 + \left(\frac{1}{x}\right) \cdot 7(3x+5)(x^2+5x)^6$	
الف) $f'(x) = 5 \left(\frac{x^2}{3x-1} \right) \left(\frac{2x(3x-1) - 3x^2}{(3x-1)^2} \right)$	۱۱
ب) $g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right) (x^2+1) + 2x^2(\sqrt{3x+2})$	
الف) $f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x-2)}{(\sqrt{x})^2}$	۱۲
ب) $g'(x) = (6x)(2x-5)^2 + (3)(2)(2x-5)^2(3x^2-4)$	
الف) $f'(x) = 5(x^2+2x+1)^4(2x+2)$	
ب) $g'(x) = \frac{(1)(\sqrt{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}}}{(\sqrt{3x+2})^2}$	۱۳

الف) $f'(x) = 5(2x + 2)(x^2 + 2x - 1)^4$	۱۴
ب) $g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^2 + 1) + (\sqrt{3x+2})(2x^2)$	
$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$	۱۵

درس ۲: مشتق پذیری و پیوستگی

الف: تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 0$ پیوسته است ولی مشتق راست و چپ در این نقطه برابر نمی باشند. لذا در $x = 0$ تابع مشتق پذیر نیست و این نقطه، یک نقطه‌ی گوشه ای است. باید: $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases}$ ج: 	۱
$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ حد راست $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = (1)^2 + (1) = 2$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3(1) - 1 = 2$ و چون $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ پس تابع در این نقطه پیوسته است. مشتق راست $f'_+(x) = 2x + 1 \rightarrow f'_+(1) = 2(1) + 1 = 3$ مشتق چپ $f'_-(x) = 3 \rightarrow f'_-(1) = 3$	۲

پس $f'_+(1) = f'_-(1)$ لذا تابع در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است.	
$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x - \cdot}{x - \cdot} = 1$ و $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot$ و چون $f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ نتیجه می شود که $f'(\cdot)$ وجود ندارد.	۳
نادرست	۴
مماس قائم	۵
تابع در نقطه‌ی $x = -2$ پیوسته است. $f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{ x^2 - 4 - \cdot}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x^2 - 4)}{x + 2} =$ $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = 4$ $f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{ x^2 - 4 - \cdot}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = -4$ و چون $f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$ لذا $f'(-2)$ موجود نیست.	۶
الف: درست. زیرا $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \cdot} f'(x) = +\infty$ ب: نادرست. پیوستگی تنها شرط مشتق پذیری نیست.	۷
نشان می دهیم که یا مشتقات راست و چپ نابرابرند و یا اینکه تابع ناپیوسته است. $f(\cdot) = (\cdot)^2 = \cdot$ مشتق راست $f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x}{x} = 1$ مشتق چپ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} x = \cdot$	۸

حال چون $f'_-(0) \neq f'_+(0)$ تابع در $x=0$ مشتق پذیر نیست.	
حد راست $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 3) = 1 + 3 = 4$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x) = 2(1) = 2$ لذا تابع در $x=1$ دارای حد نیست و در نتیجه در این نقطه پیوسته نبوده و مشتق پذیر نیست.	۹
پیوسته	۱۰
الف: تابع f در نقطه‌ی $x=0$ پیوسته نیست. بنابراین $f'(0)$ موجود نیست. ب: $f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$ پ: 	۱۱
۴۰	۱۲
$\left. \begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0 \\ f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - 0}{x - 0} = -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0) \text{ موجود نیست.}$	۱۳

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - x}{x - 1} = -1$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x}{x - 1} = 0$ و چون $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ لذا $f'(1)$ موجود نیست.	۱۴
$f(0) = 0$ $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = 1$ $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0$ و چون $f'_+(0) \neq f'_-(0)$ پس $f'(0)$ موجود نیست.	۱۵
$\begin{cases} f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x^2 + 3) - 4}{x - (-1)} = -2 \\ f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(2x + 6) - 4}{x - (-1)} = 2 \end{cases} \rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$ لذا $f'(-1)$ موجود نیست.	۱۶
درس ۳: آهنگ تغییر	
$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(3)}{4 - 3} = 130 - (\sqrt{3} + 54) = 76 - \sqrt{3}$	۱
آهنگ متوسط $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{28 - 0}{4} = 7$ $f'(t) = 4t - 1$ $4t - 1 = 7 \rightarrow t = 2$	۲
آهنگ متوسط $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(3)}{4 - 3} = 130 - (\sqrt{3} + 54) = 76 - \sqrt{3}$	۳

$x(t) = \sqrt{t} + 2t^2 \rightarrow x'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t$ $\rightarrow x'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 4(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 12$	
$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$	۴
$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 0}{25} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$	۵
الف) $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(1)}{4 - 1} = \frac{130 - 3}{3} = \frac{127}{3}$	۶
ب) $m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t \rightarrow m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 4(4) = \frac{1}{4} + 16 = \frac{65}{4}$	
$f(5) = (5)^2 - (5) + 10 = 25 - 5 + 10 = 30$ $f(0) = (0)^2 - (0) + 10 = 10$ سرعت متوسط $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$ سرعت لحظه‌ای $f'(t) = 2t - 1$ $f'(t) = 4 \rightarrow 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$	۷
$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t$ $\rightarrow m'(1) = \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$	۸
$d'(t) = -1 \cdot t + 20 \rightarrow d'(2) = -1 \cdot (2) + 20 = 18$	۹
$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$ $f'(t) = 2t - 1$	۱۰

الف) $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} = \frac{0 - 75}{8 - 5} = -25$	۱۱
ب) $h'(t) = -10t + 40 \quad \square \square \square \square \rightarrow -10t + 40 = 35 \rightarrow t = 0.5$	
آهنگ متوسط تغییر $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{7}{5}$	۱۲
آهنگ لحظه ای $f'(x) = 7\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \rightarrow f'(49) = 7\left(\frac{1}{2\sqrt{49}}\right) = \frac{1}{2}$	
سرعت متوسط $\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$	۱۳
سرعت لحظه ای $f'(t) = 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$	

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

فصل پنجم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۵: کاربرد مشتق

درس ۱: اکسترمم های تابع

الف:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \quad \square \quad f'(x) = 0 \rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\square \quad \square \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1, \quad x = -2$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$+$
y	$-\infty$	20 max	-7 min	$+\infty$

ب:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \quad \square \quad f'(x) = 0 \rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\square \quad \square \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3], \quad x = -2 \notin [-1, 3]$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 12(-1) = -2 + 3 + 12 = 13$$

$$f(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 12(3) = 54 + 27 - 36 = 45$$

$$\rightarrow \begin{cases} \min : (1, -7) \\ \max : (3, 45) \end{cases}$$

نقطه‌ی بحرانی $(1, -7)$

$$f(x) = ax^2 + bx \quad \square \cdot \square \rightarrow a + b = 7$$

$$f'(x) = 2ax + b \quad \square \cdot \square \rightarrow 2a + b = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 7 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \rightarrow a = -7, b = 14$$

۲

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \quad \square \cdot \square \rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\square \cdot \square \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3], x = -2 \notin [-1, 3]$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 12(-1) = -2 + 3 + 12 = 13$$

$$f(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 12(3) = 54 + 27 - 36 = 45$$

نقطه‌ی $(1, -7)$ می‌نیمم مطلق و نقطه‌ی $(3, 45)$ ماکزیمم مطلق است.

۳

الف :

$$f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13 \rightarrow f'(x) = -6x^2 + 18x \quad \square \cdot \square \rightarrow -6x^2 + 18x = 0$$

$$\square \cdot \square \rightarrow -x^2 + 3x = 0 \rightarrow x = 0, x = 3$$

x	$-\infty$			3		$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	-13 min		24 max		$+\infty$

ب :

$$f(-1) = -2(-1)^3 + 9(-1)^2 - 13 = -2$$

$$f(0) = -2(0)^3 + 9(0)^2 - 13 = -13$$

$$f(2) = -2(2)^3 + 9(2)^2 - 13 = 7$$

$$\rightarrow \begin{cases} \min : (0, -13) \\ \max : (2, 7) \end{cases}$$

۴

$$f(x) = x^3 - 3x + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \stackrel{f'(x)=0}{\rightarrow} 3x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

max

min

max

min

نقطه‌ای $(1, 2)$ مینیمم نسبی و نقطه‌ای $(-1, 6)$ ماکزیمم نسبی است.

$$g(x) = x^3 + 2x - 5 \rightarrow g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$$

$$g(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17 \text{ min}$$

$$g(1) = (1)^3 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2 \text{ max}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 \stackrel{f'(x)=0}{\rightarrow} 3x^2 + 6x - 9 = 0 \rightarrow x = 1, x = -3$$

x	-3	1
f'	-	+
f	$\nearrow$	$\searrow$

max

min

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 \stackrel{f'(x)=0}{\rightarrow} -6x^2 + 6x + 12 = 0$$

$$\stackrel{(-6)}{\div} \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = -1, \quad x = 2$$

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-9		11	$-\infty$
		$\min$		$\max$	

$$f(0) = -2(0)^2 + 3(0)^2 + 12(0) - 9 = -9 \quad \text{می نیمم مطلق}$$

$$f(2) = -2(2)^2 + 3(2)^2 + 12(2) - 9 = 11 \quad \text{ماکزیمم مطلق}$$

$$f(3) = -2(3)^2 + 3(3)^2 + 12(3) - 9 = 0$$

$$f(x) = x^3 + bx^2 + d \stackrel{f(2)=1}{\rightarrow} 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -7$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx \stackrel{f'(2)=0}{\rightarrow} 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$$

$$4b + d = -7 \stackrel{b=-3}{\rightarrow} -12 + d = -7 \rightarrow d = 5$$

الف: هر نقطه از دامنه‌ی تابع را یک نقطه‌ی بحرانی می نامند هرگاه در این نقطه یا تابع مشتق پذیر نباشد و یا اینکه مشتق آن صفر باشد.

ب:

$$f(x) = x^3 + bx^2 + d$$

$$\stackrel{f(2)=1}{\rightarrow} f(2) = (2)^3 + b(2)^2 + d \rightarrow 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -7$$

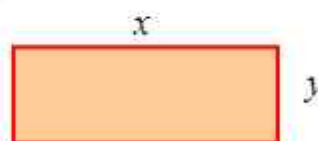
$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

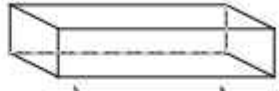
$$\stackrel{f'(2)=0}{\rightarrow} f'(2) = 3(2)^2 + 2b(2) \rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow 4b = -12 \rightarrow b = -3$$

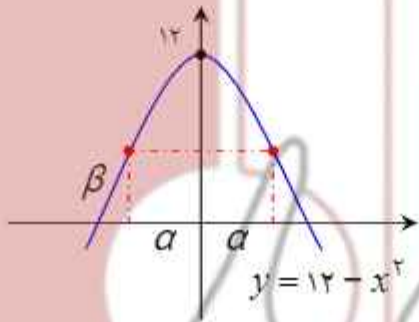
$$\stackrel{4b+d=-7}{\rightarrow} 4(-3) + d = -7 \rightarrow d = 5$$

$f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow 3x^2 + 2 = 0 \rightarrow 3x^2 = -2$ معادله جواب ندارد.	۱۱																				
$f(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17$ مقدار می‌نیمم مطلق																					
$f(1) = (1)^3 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2$ مقدار ماکزیمم مطلق																					
درست	۱۲																				
$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 3x^2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$																					
$x = 1 \rightarrow f(1) = (1)^3 - 3(1) + 7 = 5$																					
$x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 7 = 9$	۱۳																				
$x = 3 \rightarrow f(3) = (3)^3 - 3(3) + 7 = 25$																					
$\Rightarrow \max(3, 25) \quad , \quad \min(1, 5)$																					
$f(x) = ax^2 + bx \rightarrow f'(x) = 2ax + b$																					
$f(1) = 3 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx \rightarrow f(1) = a(1)^2 + b(1) = a + b = 3$	۱۴																				
$f'(1) = 0 \Rightarrow f'(x) = 2ax + b \rightarrow f'(1) = 2a + b = 0$																					
$\rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow a = -3 \quad , \quad b = 6$																					
$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$																					
$\Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -3$																					
<table><tr><td>x</td><td>$+\infty$</td><td>-3</td><td>1</td><td>$-\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$\nearrow$ ۱۷</td><td>$\searrow$ ۱۵</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>max</td><td>min</td><td></td></tr></table>	x	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$f(x)$		$\nearrow$ ۱۷	$\searrow$ ۱۵				max	min		۱۵
x	$+\infty$	-3	1	$-\infty$																	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0																	
$f(x)$		$\nearrow$ ۱۷	$\searrow$ ۱۵																		
		max	min																		
درست	۱۶																				
$(-1, 1)$ یا $[-1, 1]$	۱۷																				

$f(x) = x^2 + bx^2 + d \rightarrow f(2) = (2)^2 + b(2)^2 + d \stackrel{f(2)=1}{\rightarrow} 4 + 4b + d = 1$ $\rightarrow 4b + d = -3$ $f'(x) = 2x^2 + 2bx \stackrel{f'(2)=0}{\rightarrow} f'(2) = 2(2)^2 + 2b(2) = 0$ $\rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$ $4b + d = -3 \stackrel{b=-3}{\rightarrow} -12 + d = -3 \rightarrow d = 9$	۱۸									
$f'(x) = 2x^2 - 2 \rightarrow x = \pm 1$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>$+1$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$\nearrow$</td> <td>$\searrow$</td> </tr> </table> تابع در بازه های $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی و در بازه های $(-1, 1)$ اکیداً نزولی است.	x	-1	$+1$	$f'(x)$	$+$	$-$	$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	۱۹
x	-1	$+1$								
$f'(x)$	$+$	$-$								
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$								
$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \stackrel{f'(x)=0}{\rightarrow} 6x^2 + 6x - 12 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $\rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} f(-2) = 12 \\ f(1) = -7 \\ f(2) = 45 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \min = (-2, 12) \\ \max = (1, -7) \end{cases}$	۲۰									
$f'(x) = 2x^2 + 2bx \stackrel{f'(2)=0}{\rightarrow} 2(2)^2 + 2b(2) = 0 \rightarrow b = -2$ $f(x) = x^2 + bx^2 + d$ $f(2) = 1 \rightarrow 4b + d = -3 \stackrel{b=-2}{\rightarrow} d = 5$	۲۱									
درس ۲: بهینه سازی										
$2x + 2y = 24 \stackrel{2}{\rightarrow} x + y = 12 \rightarrow y = 12 - x$ $S = xy \rightarrow S(x) = x(12 - x) = 12x - x^2$ $S'(x) = 12 - 2x \stackrel{S'(x)=0}{\rightarrow} 12 - 2x = 0 \rightarrow x = 6, y = 6$	x y									



$V(x) = (1 - 2x)^2 x = x - 4x^2 - 4x^3$  $V'(x) = 1 - 8x + 12x^2 \quad \square \quad \frac{V'(x)}{\square} \rightarrow 1 - 8x + 12x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, \quad x = \frac{1}{6}$ پاسخ $x = \frac{1}{6}$ قابل قبول است.	۲
$P = xy \rightarrow P(x) = x(10x - 5) = 10x^2 - 5x$ $\rightarrow P'(x) = 20x - 5 \quad \square \quad \frac{P'(x)}{\square} \rightarrow 20x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$ $y = 10x - 5 \quad \square \quad x = \frac{1}{4} \rightarrow y = 10 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) - 5 = -\frac{5}{2}$	۳
$2a + b = 60 \rightarrow b = 60 - 2a$ $p = ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2$ $p' = 60 - 4a \quad \square \quad \frac{p'}{\square} \rightarrow 60 - 4a = 0 \rightarrow a = 15$ $b = 60 - 2a = 60 - 2(15) = 30$	۴
$P = xy \quad \square \quad \frac{y}{\square} \rightarrow P = x(x + 10) = x^2 + 10x \rightarrow f'(x) = 2x + 10$ $\square \quad \frac{f'(x)}{\square} \rightarrow 2x + 10 = 0 \rightarrow x = -5 \quad \square \quad \frac{y}{\square} \rightarrow y = -5 + 10 = 5$	۵
مساحت صفحه‌ی کتاب $S = (x + 2)(y + 4)$ $\rightarrow S = xy + 4x + 2y + 8 \quad \square \quad \frac{y}{\square} \rightarrow S = x\left(\frac{32}{x}\right) + 4x + 2\left(\frac{32}{x}\right) + 8 = \frac{64}{x} + 4x + 40$ $\rightarrow S' = -\frac{64}{x^2} + 4 \quad \square \quad \frac{S'}{\square} \rightarrow \frac{16}{x^2} = 1 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = 4$ $\rightarrow x = 4, \quad y = \frac{32}{x} = 8$ ابعاد صفحه‌ی کتاب ۶ × ۱۲ $xy = 32$ y x	۶

$P = 2x + 2y = 14 \rightarrow x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x$ $S = xy \rightarrow y = 7 - x \rightarrow S = x(7 - x) \rightarrow S = 7x - x^2$ $f'(x) = 7 - 2x \rightarrow 7 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$ $y = 7 - x \rightarrow y = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$	۷
$y = 0 \rightarrow 12 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 12 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$ $S = 2\alpha \cdot \beta \rightarrow \beta = 12 - \alpha^2 \rightarrow S = 2\alpha(12 - \alpha^2) = -2\alpha^3 + 24\alpha, \alpha \in (0, 2\sqrt{3})$  $S' = -6\alpha^2 + 24 \rightarrow -6\alpha^2 + 24 = 0 \rightarrow -6\alpha^2 = -24 \rightarrow \alpha^2 = 4$ $\rightarrow \alpha = \pm 2$ که چون $-2 \notin (0, 2\sqrt{3})$، پس تنها $\alpha = 2$ قابل قبول است. لذا: طول مستطیل $2\alpha = 4$ عرض مستطیل $\beta = 12 - \alpha^2 = 12 - 4 = 8$	۸
$y - x = 20 \rightarrow y = x + 20$ $P = xy \rightarrow P = x(x + 20) = x^2 + 20x$ $\rightarrow P' = 2x + 20 \rightarrow 2x + 20 = 0 \rightarrow x = -10 \rightarrow y = -10 + 20 = 10$	۹
$f(x) = xy \rightarrow f(x) = x(7 - x) = -x^2 + 7x \rightarrow f'(x) = -2x + 7$	۱۰

$\square f'(x) = 0 \rightarrow -2x + v = 0 \rightarrow x = \frac{v}{2}$ $y = v - x = v - \frac{v}{2} = \frac{v}{2}$	
$x + y = v \rightarrow y = v - x$ $\rightarrow s = x \cdot y \rightarrow s(x) = x(v - x) = vx - x^2$ $s'(x) = v - 2x \square s'(x) = 0 \rightarrow v - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{v}{2} \square x + y = v \rightarrow y = \frac{v}{2}$	۱۱
$P = xy \square y = 1 + x \rightarrow P = x(1 + x) \rightarrow P = 1 \cdot x + x^2$ $P'(x) = 1 + 2x \square P'(x) = 0 \rightarrow 1 + 2x = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ $y = 1 + x = 1 + (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$	۱۲

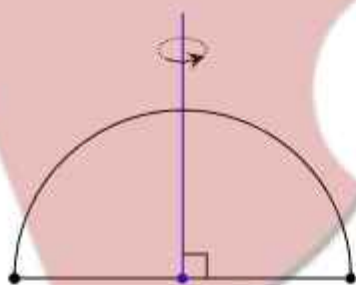
پاسخ سؤالات موضوعی نهایی

فصل ششم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۶: هندسه

درس ۱: تفکر تجسمی

۱	نادرست
۲	نادرست
۳	استوانه
۴	سطح مقطع
۵	جسم حاصل نیم کره خواهد بود.
۶	دایره
۷	بیضی



بیضی

۱	$2a = 8 \rightarrow a = 4$, $2b = 6 \rightarrow b = 3$ $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{7} \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$
۲	کوچکتر

قطر بزرگ $AA' = 8 \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$ قطر کوچک $BB' = 6 \rightarrow 2b = 6 \rightarrow b = 3$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 16 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 7 \rightarrow c = \sqrt{7}$ $FF' = 2c = 2\sqrt{7}$	۳
مرکز بیضی وسط دو کانون است. پس $O(\frac{1+1}{2}, \frac{3+(-5)}{2}) \rightarrow O(1, -1)$ فاصله‌ی کانونی $FF' = \sqrt{(1-1)^2 + (3-(-5))^2} = \sqrt{0+64} = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 16 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 0 \rightarrow b = 0$ $BB' = 2b = 0$ اندازه‌ی قطر کوچک	۴
$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 25 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 25 - 9 \rightarrow c^2 = 16 \rightarrow c = 4$ $FF' = 2c = 8$ فاصله‌ی کانونی	۵
مرکز بیضی $O \begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$ فاصله‌ی کانونی $FF' = 3 - (-5) = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 36 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 36 - 16 = 20 \rightarrow b = 2\sqrt{5}$ طول قطر کوچک $BB' = 2b = 2(2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$ خروج از مرکز بیضی $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	۶

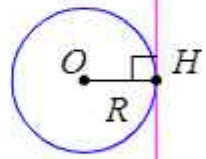
مرکز بیضی وسط کانون ها است. $O \begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \rightarrow O(1, -1) \text{ مختصات مرکز بیضی}$ $FF' = 3 - (-5) = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$ فاصله ی کانونی و معادله ی قطر بزرگ $x = 1$ $b^2 + c^2 = a^2$ $b^2 + c^2 = a^2 \rightarrow b^2 + 16 = 26 \rightarrow b^2 = 10 \rightarrow b = 2\sqrt{5}$ $BB' = 2b = 4\sqrt{5}$ طول قطر کوچک خروج از مرکز بیضی $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$	۷
$AA' = 2a = 12 \rightarrow a = 6$ طول قطر بزرگ بیضی $FF' = y_2 - y_1 = -5 - 3 = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$ فاصله ی کانونی مختصات مرکز بیضی (وسط کانون ها) $\begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \rightarrow O(1, -1)$ خروج از مرکز بیضی $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	۸

الف) $e = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \rightarrow c = \frac{4}{5}a$ $2b = 6 \rightarrow b = 3$ طول قطر کوچک $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 9 + \frac{16}{25}a^2 \rightarrow a = 5$ طول قطر بزرگ $2a = 10$ $c = \frac{4}{5}a \Rightarrow a=5 \rightarrow c = 4$ فاصله ی کانونی $2a = 8$ ب) $A(1, -1)$ و $A'(-9, -1)$	۱۲
درست	۱۳
الف : مرکز بیضی $O \left \begin{array}{l} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{3+(-5)}{2} = -1 \end{array} \right.$ ب : $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 36 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 36 - 16 = 20$ $\rightarrow b = 2\sqrt{5} \rightarrow BB' = 2b = 4\sqrt{5}$	۱۴
$2a = 6 \rightarrow a = 3$ $2b = 4 \rightarrow b = 2$ الف) $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 9 = 4 + c^2 \rightarrow c^2 = 5 \rightarrow c = \sqrt{5}$ ب) $\begin{cases} A(4+3, 5) \rightarrow A(7, 5) \\ A'(4-3, 5) \rightarrow A'(1, 5) \end{cases}$	۱۵

$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \rightarrow a = \frac{5}{4}c$ $BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \frac{25}{16}c^2 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 16 \rightarrow c = 4$ $FF' = 2c = 2 \cdot 4 = 8$ $a = \frac{5}{4}c \square \frac{5 \cdot 4}{4} \rightarrow a = 5$ $A \begin{cases} a - a = -4 - 5 = -9 \\ \beta = -1 \end{cases}, \quad A' \begin{cases} a + a = -4 + 5 = 1 \\ \beta = -1 \end{cases}$	۱۶
--	----

درس ۲: دایره

روش مربع کامل کردن $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + y^2 + 2y = -6$ $\rightarrow (x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 2y + 1) = -6 + 9 + 1$ $\rightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ مرکز دایره $O(3, -1)$ شعاع دایره $R = \sqrt{4} = 2$ روش فرمول $a = -6, \quad b = 2, \quad c = 6$ مرکز $O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \rightarrow O(-\frac{-6}{2}, -\frac{2}{2}) \rightarrow O(3, -1)$ شعاع $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2 + (2)^2 - 4(6)} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 4 - 24} = \frac{1}{2}\sqrt{16} = 2$	۱
$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} O_1(-1, 2) \\ R_1 = 1 \end{cases}$	۲

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} O_1(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \rightarrow O_1(1, -2) \\ R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \end{cases}$ $d = O_1 O_2 = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{20}$ و چون $d > R_1 + R_2$ لذا دو دایره متخارج هستند.	
$x^2 + (y - 5)^2 = 5 \rightarrow \begin{cases} O_1(0, 5) \\ R_1 = \sqrt{5} \end{cases} \quad , \quad (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 7 \rightarrow \begin{cases} O_2(2, -3) \\ R_2 = \sqrt{7} \end{cases}$ $d = O_1 O_2 = \sqrt{(0 - 2)^2 + (5 + 3)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ $R_1 + R_2 = \sqrt{5} + \sqrt{7}$ و چون $d > R_1 + R_2$ لذا دو دایره متخارج هستند.	۳
$O(1, 0), R = 2$ $d = \frac{ 1(1) + 1(0) - 3 }{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow d < R$ لذا خط دایره را در دو نقطه قطع می کند.	۴
شعاع دایره $r = 2$ مرکز دایره $O(2, -3)$ $d = \frac{ -3 + 1 }{\sqrt{0 + 1}} = 2$ فاصله‌ی مرکز دایره تا خط حال چون $d = r = 2$ لذا خط بر دایره مماس است.	۵
$R = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3(1) + 4(2) + (-1) }{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{ 3 + 8 - 1 }{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$ شعاع دایره معادله‌ی دایره $ax + by + c = 0$ $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 	۶

$x^2 + y^2 = 2 \rightarrow O(0,0), R = \sqrt{2}$ $y = -x - 2 \rightarrow x + y + 2 = 0$ $d = OH = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ (1)(0) + (1)(0) + 2 }{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $d = R = \sqrt{2} \rightarrow$ خط بر دایره مماس است.	۷
$3x + 4y - 1 = 0$ $R = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ (3)(1) + (4)(2) + (-1) }{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{ 3 + 8 - 1 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$	۸
الف) $O(-1,0), R = 2$ ب) $(x+1)^2 + y^2 = 4 \rightarrow (x+1)^2 = 4 - y^2 \rightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow (1,0) \\ x=-3 \rightarrow (-3,0) \end{cases}$	۹
	۱۰
$d = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3(2) - 4(-3) + 2 }{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{ 6 + 12 + 2 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4$	۱۱
$d^2 + 3^2 = R^2 \rightarrow R^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow R = 5$ معادله دایره $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$	۱۲
مرکز دایره $O(1,0)$ $R = \frac{1}{2}\sqrt{4+0+12} = \sqrt{2}$ $OH = \frac{ (1)(1) + (0)(1) - 3 }{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \sqrt{2}$ و چون $OH < R$ ، خط و دایره متقاطع اند.	

$$R = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|(3)(0) + (-4)(3) - 3|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

۱۳

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

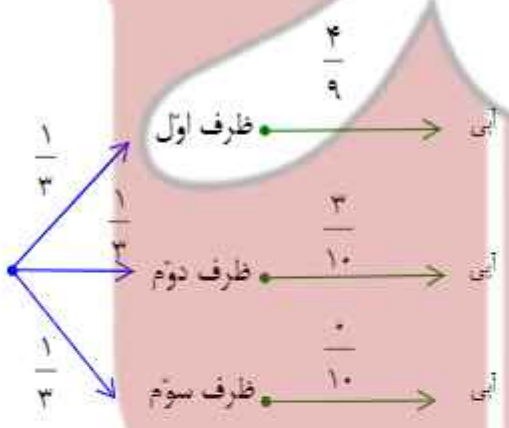
فصل هفتم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۷: احتمال

یادآوری مفاهیم

۱	ناسازگار
۲	نادرست
۳	درست. (طبق تعریف دو پیشامد ناسازگار)
۴	درست
۵	الف: مستقل ب: $P(A B)$

قانون احتمال کل

۱	$P(A) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot 3 = \frac{11}{16}$
۲	 $P(A) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 0\right) = \frac{67}{270}$
۳	$P(A) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{0}{6}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + 0 = \frac{11}{24}$

$P(A) = \left(\frac{7}{12} \cdot \frac{7}{15}\right) + \left(\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{15}\right) = \frac{79}{180}$	۴
$P(A) = \left(\frac{40}{100} \cdot \frac{3}{100}\right) + \left(\frac{60}{100} \cdot \frac{5}{100}\right) = \frac{12}{1000} + \frac{30}{1000} = \frac{42}{1000}$	۵
$\frac{1}{2}$ دختر $\xrightarrow{\text{احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد دختر}} \frac{3}{100}$ $\frac{1}{2}$ پسر $\xrightarrow{\text{احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر}} \frac{8}{100}$ $P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$	۶
$\frac{1}{2}$ $\xrightarrow{\text{لامپ معیوب}} \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (جعبه) $\frac{1}{2}$ $\xrightarrow{\text{لامپ معیوب}} \frac{4}{96} = \frac{1}{24}$ (جعبه) $P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{24} = \frac{13}{48}$	۷
رجوع به پاسخ ۶	
$\frac{1}{2}$ بیمار $\xrightarrow{\text{بیمار}} \frac{7}{100}$ (پسر) $\frac{1}{2}$ بیمار $\xrightarrow{\text{بیمار}} \frac{4}{100}$ (دختر) $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{100} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{100} = \frac{11}{200}$	۹

$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{11}{24}$	۱۰
$P(A) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{100}\right) = \frac{8}{200} + \frac{3}{200} = \frac{11}{200}$	۱۱
$P(A) = \left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{6}{13}\right) + \left(\frac{4}{10}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{56}{130} = \frac{3}{65}$	۱۲
$P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \cdot 0 = \frac{57}{112}$	۱۳