

۱ اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2-1}{3x-1} & x \neq \frac{1}{3} \\ 2c+5 & x = \frac{1}{3} \end{cases}$ و $g(x) = ax+b$ برابر باشند، a, b, c را به دست آورید.

۲ معادله زیر را حل کنید.

$$3x + 10\sqrt{x} = 8$$

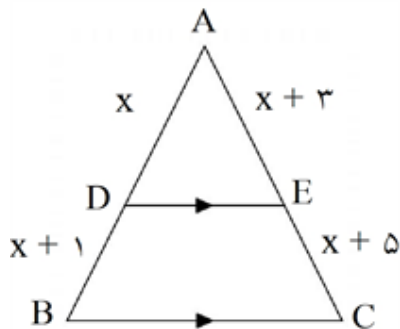
۳ در معادله $x^2 - 7x + k = 0$ ، اگر مجموع معکوس ریشه‌ها برابر ۷ باشد، k را به دست آورید.

۴ اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-27}{x-3} & x \neq 3 \\ 2m-1 & x = 3 \end{cases}$ و $g(x) = x^2 + 3x + 9$ برابر باشند، m را به دست آورید.

۵ اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+bx+c}{x-1} & x \neq a \\ 2d-7 & x = a \end{cases}$ و $g(x) = x+4$ برابر باشند، a, b, c, d را به دست آورید.

۶ اگر عرض از مبدأ تابع خطی f برابر ۲ و عرض از مبدأ تابع وارون آن برابر ۶ باشد، ضابطه $f^{-1}(x)$ را بنویسید.

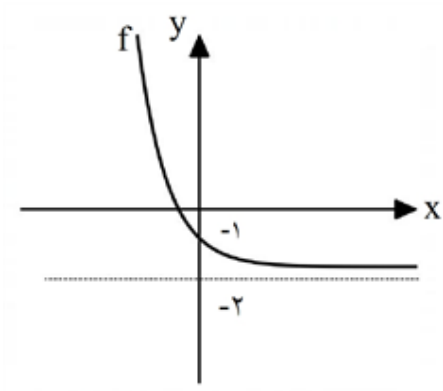
۷ در شکل زیر x را به دست آورید. ($DE \parallel BC$)



۸ معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{\frac{x+1}{3x+1}} + \sqrt{\frac{12x+4}{x+1}} = 3$$

۹ با توجه به نمودار $f(x) = a + \left(\frac{1}{2}\right)^{b+x}$ مقادیر a, b را به دست آورید.



۱۰ درستی تساوی زیر را اثبات کنید.

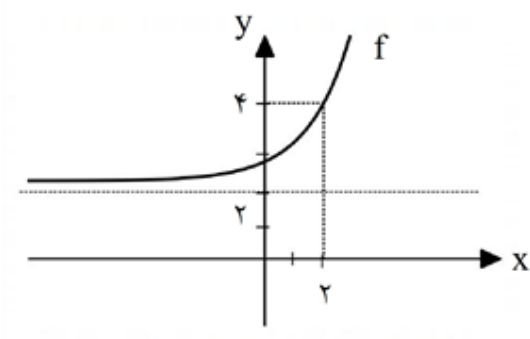
$$\sin^2\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \tan\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) \cdot \tan(\pi - x)$$

۱۱ در تابع $f(x) = \sin\left(3x + \frac{5\pi}{4}\right)$ مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$
ب) $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

۱۲ اگر $\tan \theta = 3$ باشد، مقدار عددی $\frac{\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \theta\right) + \sin(2\pi + \theta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - 2\cos(7\pi + \theta)}$ را به دست آورید.

۱۳ اگر نمودار $f(x) = a + 2^{x+b}$ به صورت زیر باشد:
الف) a, b را به دست آورید.
ب) مقدار $f(-1)$ را محاسبه کنید.



۱۴) حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 5x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x]x^2 + x - 20}{x^2 - 27}$

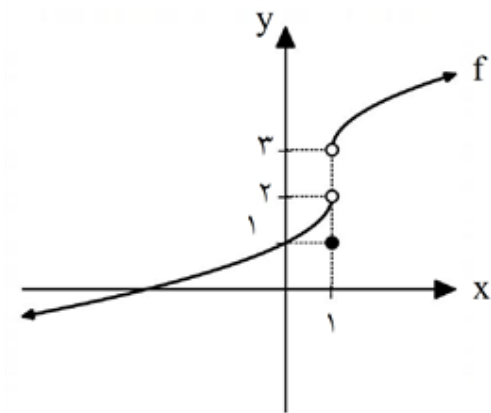
۱۵) حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} 4$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]x^2 - 4}{x^2 - 7x + 10}$

۱۶) با توجه به نمودار تابع $f(x)$ مقدار عبارت، $A = \lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] + f(1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ را به دست آورید.

(نماد جزء صحیح است.)



۱۷) معادله لگاریتمی $\log_3(x+1) + \log_3(x+7) = 3$ را حل کنید.

۱۸) مقادیر a, b را چنان بیابید که تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2} & x > 2 \\ a+1 & x = 2 \\ 3x-b & x < 2 \end{cases}$$

۱۹) مساحت دایره‌ای به مرکز $O(2, -1)$ و مماس بر خط $y = 3x + 1$ را به دست آورید.

۲۰) اگر انحراف معیار و میانگین داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 به ترتیب برابر ۵ و ۱۳ باشد، ضریب تغییرات $3x_1 + 1, 3x_2 + 1, 3x_3 + 1, 3x_4 + 1$ را به دست آورید.

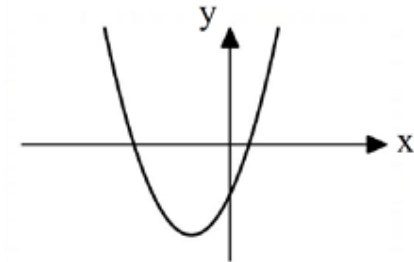
۲۱) اگر α و β ریشه‌های معادله $5x^2 - 15x + a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha = 39$ باشد:

الف) مقدار a را بیابید.
ب) ریشه‌های معادله را به دست آورید.

۲۲) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{5 + \sqrt{7}}{2}$ و $\frac{5 - \sqrt{7}}{2}$ باشند.

۲۳) نمودارهای توابع $f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \cos x$ بر هم منطبق هستند. چرا؟

۲۴) شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. علامت ضرایب a و b و c را به دست آورید.



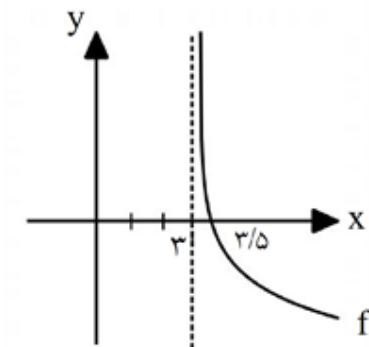
۲۵) معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x+1}$

ب) $\text{Log}_{\frac{1}{5}}(x^2 + 1) = 1 + \text{Log}_{\frac{1}{5}}(3x - 5)$

۲۶) معادله $\sqrt{x+3} = x-3$ را حل کنید.

۲۷) با توجه به نمودار تابع $f(x) = a - \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+b)$ ، a و b را به دست آورید.



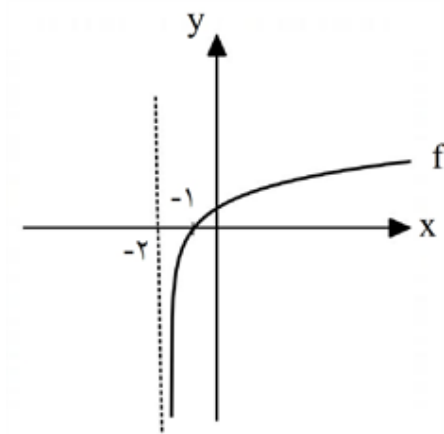
۲۸) در خط $(a-1)x - by = 12$ اگر طول از مبدأ برابر ۴ و عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، a و b را به دست آورید.

۲۹) معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4}$

ب) $\sqrt{x+2} = x-4$

۳۰ در دستگاه مختصات زیر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_2(x+b)$ رسم شده است. مقادیر a و b را به دست آورید.



۳۱ فاصله نقطه $A(-1, 5)$ از خط $2x + y + 1 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط را به دست آورید.

۳۲ مقدار A را به دست آورید.

$$A = \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \sin(75^\circ) \cdot \tan(225^\circ)$$

۳۳ برای داده‌های ۱۷ و ۹ و ۱۹ و ۲۵ و ۱۳ و ۷ و ۲۹ :

الف) چارک اول و دوم را به دست آورید.

ب) ضریب تغییرات داده‌ها را بررسی کنید.

۳۴ در پرتاب دو تاس با هم، دو پیشامد A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A : مجموع عددهای روشده ۷ باشد.

B : عددهای روشده اول باشند.

الف) احتمال $P(A|B)$ را به دست آورید.

ب) آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟

۳۵ اگر $\log_2 2 = m$ و $\log_2 2 = n$ باشند، آنگاه مقدار $\log \sqrt[3]{12}$ را بر حسب m و n به دست آورید.

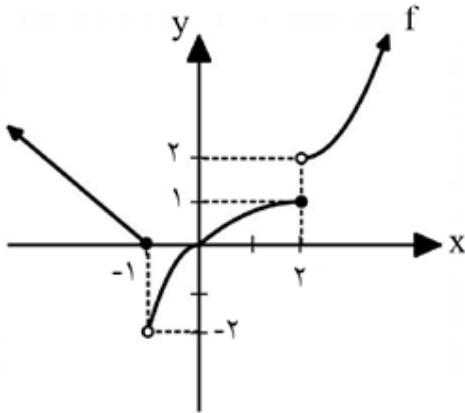
نمودار f به صورت مقابل داده شده است. مطلوب است:

۳۶

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

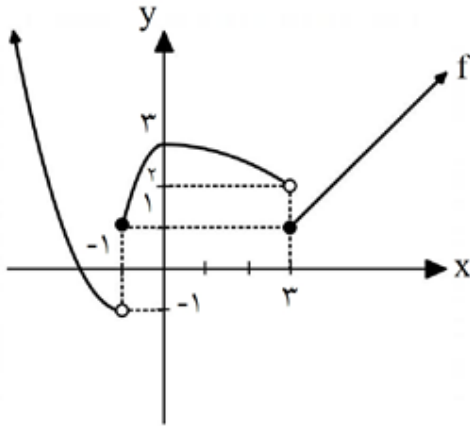
ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$

پ) آیا تابع f در بازه $[-1, 2]$ پیوسته است؟



۳۷ آیا تابع f در بازه $[-1, 3]$ پیوسته است؟ چرا؟

۳۷



۳۸ در خط $10 = (m - 2)x + 2ny$ اگر طول از مبدأ برابر ۲ و عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، m و n را به دست آورید.

۳۸

۳۹ نمودار تابع $f(x) = -\sin x + 1$ را به کمک نمودار $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۳۹

۴۰ در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، اندازه کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی 20° را تعیین کنید.

۴۰

۴۱ اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل $\log \sqrt{0.75}$ را برحسب a و b به دست آورید.

۴۱

۴۲ اگر $f = \{(2, 4), (-2, 3), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, -2), (1, 7), (3, 0)\}$ باشد، تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

۴۲

نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را بنویسید. ([] نماد جزء صحیح است.)

۴۳

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & -2 \leq x < 0 \\ [x] & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

فاصله نقطه $A(-2, 4)$ از خط $4x - 3y + 12 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط به دست آورید.

۴۴

معادله $\sqrt{x+1} = x - 5$ را حل کنید.

۴۵

در داده‌های ۱۴، ۲۳، ۸، ۱۷، ۲۶، ۱۱ و ۲۰

۴۶

الف) چارک سوم را به دست آورید.
ب) ضریب تغییرات داده‌ها را محاسبه کنید.

حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است.)

۴۷

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^2}{x^2 + 3x - 10}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|2 - x|}{[x] + 1}$

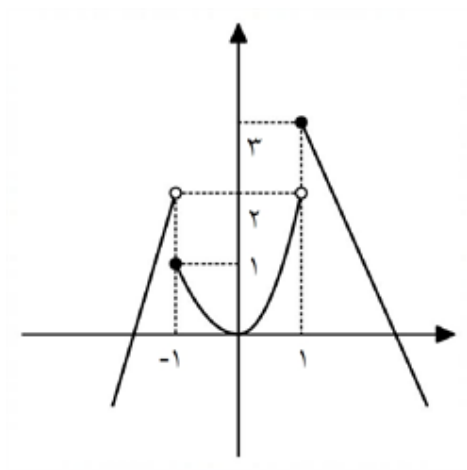
نمودار تابع f به صورت مقابل داده شده است. مطلوب است:

۴۸

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

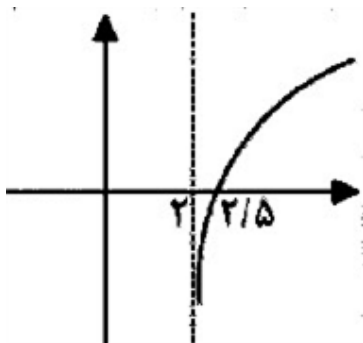
پ) آیا تابع f در بازه $[-1, 1]$ پیوسته است؟



در دستگاه مختصات مقابل نمودار تابع با ضابطه $y = a + \log_2(x + b)$ رسم شده است. مقادیر a و b را به دست

۴۹

آورید.

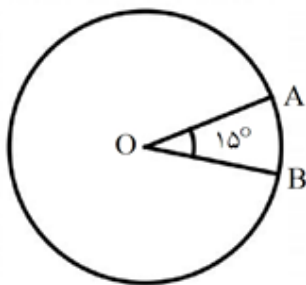


۵۰ اگر $\text{Log } 2 = m$ و $\text{Log } 3 = n$ باشند، آنگاه مقدار $\text{Log } \frac{\sqrt{27}}{16}$ را برحسب m و n به دست آورید.

۵۱ معادلات زیر را حل کنید.
$$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} = 32^{1-x}$$
 الف

ب)
$$\text{Log}_3 (x^2 - 1) = 1 + \text{Log}_3 (x + 3)$$

۵۲ دنده‌ای مطابق شکل، روی مسیر دایره‌ای از نقطه A به نقطه B می‌رسد. اگر شعاع دایره برابر ۹ متر باشد آنگاه طول کمان AB چند متر است؟ ($\widehat{AOB} = 15^\circ$)

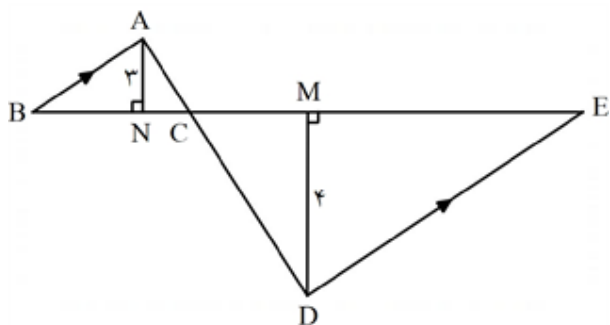


۵۳ نمودار تابع $y = 1 - 2[x]$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

۵۴ در شکل مقابل $AB \parallel ED$ است.

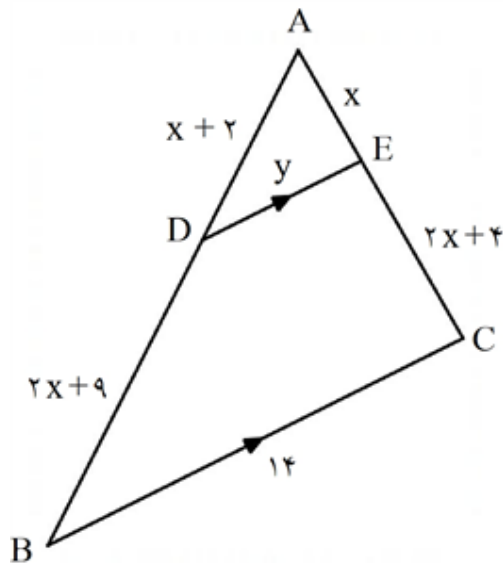
الف) نشان دهید دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ متشابه هستند.

ب) اگر $DM = 4$, $AN = 3$, $BE = 7$ باشد آنگاه طول ضلع BC را محاسبه کنید.



در شکل مقابل $DE \parallel BC$ می‌باشد. مقادیر x و y را محاسبه کنید.

۵۵



اگر $A(1, 0)$ ، $B(0, 2)$ و $C(5, 7)$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول ارتفاع CH را به دست آورید.

۵۶

اگر $A(1, 2)$ ، $B(3, 6)$ و $C(-1, 4)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله میانه BM را به دست آورید.

۵۷

محیط دایره‌ای را بیابید که مرکز آن $O(-1, 1)$ و بر خط $3x + 4y + 9 = 0$ مماس باشد.

۵۸

جواب‌های معادله $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$ را به دست آورید.

۵۹

اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، آن‌گاه مقدار $\log \frac{\sqrt{2}}{81}$ را برحسب a و b به دست آورید.

۶۰

اگر نقطه $A(-7, 5)$ روی تابع وارون $f(x) = ax + 3$ قرار داشته باشد:

۶۱

الف) ضابطه وارون f را به دست آورید.

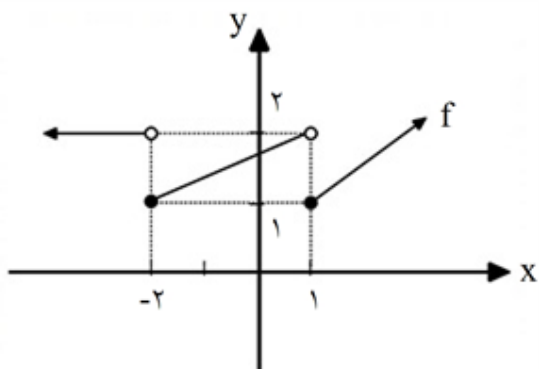
ب) مقدار $(f + f^{-1})(1)$ را تعیین کنید.

در داده‌های ۹ و ۲۰ و ۷ و ۱۹ و ۱۱ و ۱ و ۲۴

۶۲

الف) چارک سوم را به دست آورید.

ب) ضریب تغییرات داده‌ها را بررسی کنید.



۶۴ مساحت دایره‌ای که بر خط $3x + 4y + 3 = 0$ مماس و مرکز آن $(-1, 5)$ باشد را به دست آورید.

۶۵ آیا نمودارهای دو تابع $f(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{7}\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \sin x$ بر هم منطبق هستند؟ چرا؟

۶۶ اگر $f(x) = 3 + \sqrt{7-x}$ و $g = \{(1, 4), (7, 2), (3, -2), (-2, 1)\}$ باشد، مقدار $(3f - g)(-2)$ را به دست آورید.

۶۷ اگر $f(x) = 5 + \sqrt{x+1}$ و $g = \{(1, 7), (-1, 4), (2, 3), (3, 9)\}$ باشد، مقدار $(2f - g)(3)$ را به دست آورید.

۶۸ در تابع با ضابطه $f(x) = -1 + 3^{3x-1}$:

الف) مقدار $f\left(\frac{5}{3}\right)$ را به دست آورید.

ب) نمودار تابع، خط $y = 8$ را با چه طولی قطع می‌کند؟

۶۹ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - 1 & x > 2 \\ ax + 4 & x < 2 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 16$ باشد، مقدار a را به دست آورید.

۷۰ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & x \geq 2 \\ ax - 7 & x < 2 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 10$ باشد، مقدار a را به دست آورید.

۷۱ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 12$ باشد، مقدار $f(2) + f(m)$ را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & x \neq 2 \\ 2m - 1 & x = 2 \end{cases}$$

با توجه به نمودار تابع f ، حدهای خواسته شده را بیابید.

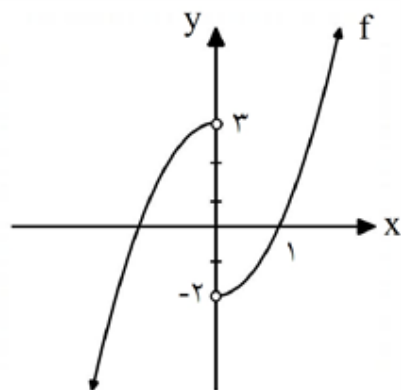
۷۲

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

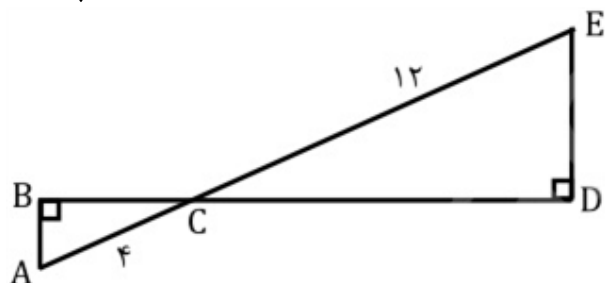
ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

د) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



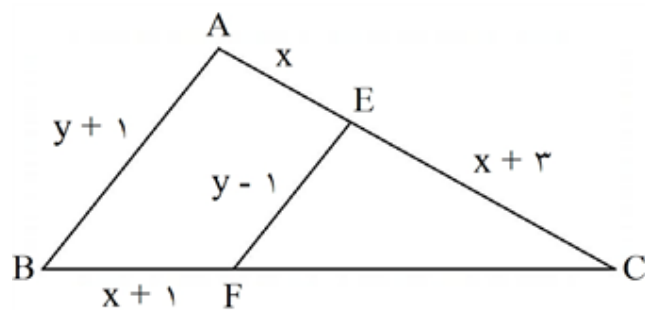
در شکل زیر دلیل تشابه مثلث‌ها را بیان کنید. سپس نسبت مساحت مثلث بزرگتر به کوچکتر را بیابید.

۷۳



اگر $AB \parallel EF$ مقادیر x و y را بیابید.

۷۴

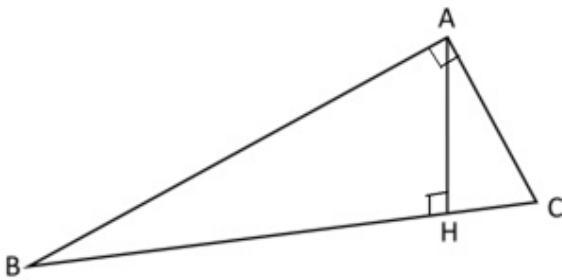


درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

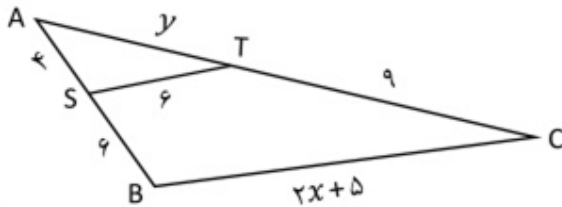
۷۵

- اگر $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ برابر $\frac{5}{4}$ است.

مثلت ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است ($A = 90^\circ$) که ارتفاع وارد بر وتر آن است. اگر $AB = 12$ و $AH = 6$ باشند، آنگاه اندازه BH، AC و BC را بیابید.



در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.



برای داده‌های (3, 7, 5, 15, 10) انحراف معیار را محاسبه کنید.

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.
در معیار گرایش مرکزی اگر داده دورافتاده داشته باشیم، بهتر است از استفاده کنیم.

نمرات ریاضی یک کلاس به قرار زیر است:

18, 18, 13, 20, 14, 15, 16, 17, 19, 20

میان و انحراف معیار را برای این جامعه آماری به دست آورید.

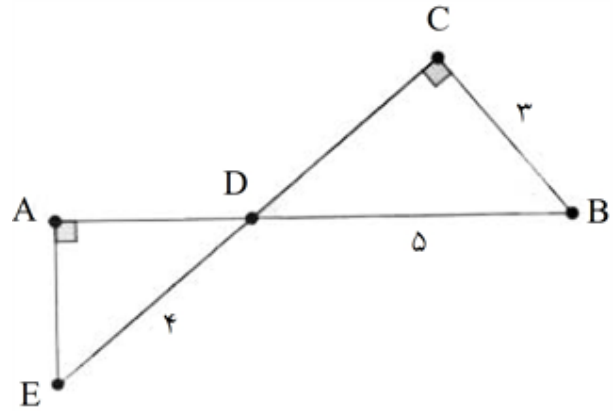
اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ برابر 3 و واریانس این داده‌ها برابر 2 باشد:
الف) اگر داده‌ها دو برابر و با 5 جمع شوند، میانگین داده‌های جدید را به دست آورید.
ب) ضریب تغییرات داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را به دست آورید.

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.
اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه $p(A \cap B)$ برابر است.

فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر 6/ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر 7/ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از این تیم‌ها قهرمان آسیا خواهد شد؟

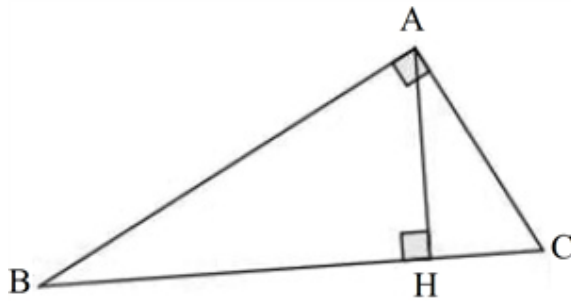
در شکل زیر، ابتدا نشان دهید دو مثلث ADE و CDB متشابه‌اند، سپس به کمک آن طول پاره‌خط AD را بیابید.

۸۴



در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو، اندازه پاره‌خط‌های خواسته‌شده را به‌دست آورید.

۸۵



$$AC = 6, HC = 4, BC = ?, AB = ?$$

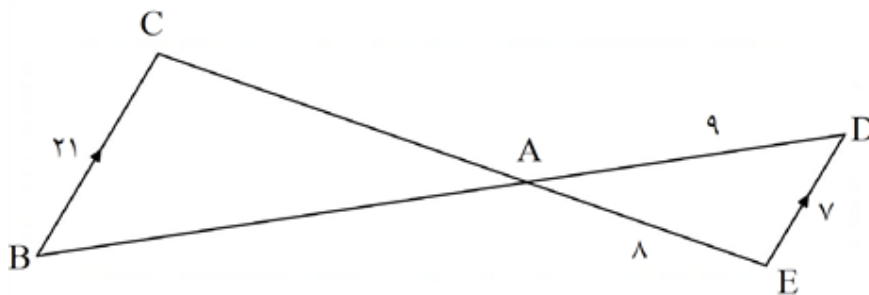
برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به‌ترتیب برابر ۹ و ۲۵ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر $\frac{14}{4}$ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم را حساب کنید.

۸۶

$$a, a, 32, 9, 7, 3a + 1, 18, 15, 17, 25, 1$$

در شکل زیر $BC \parallel DE$. محیط مثلث $\triangle ABC$ را به‌دست آورید.

۸۷



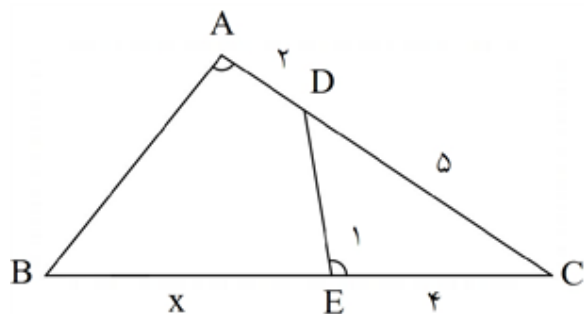
جاهای خالی را کامل کنید.

۸۸

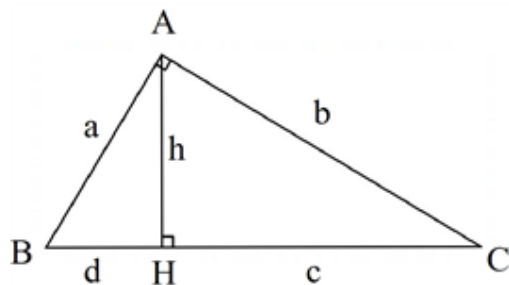
$$\frac{a}{b + \square} = \frac{c}{d + \square} \quad \text{الف) اگر } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ آن‌گاه}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{\square}{\square} \quad \text{ب) اگر } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ آن‌گاه}$$

۸۹ در شکل زیر اگر $\hat{A} = \hat{E}$ باشد، آنگاه مقدار x را به دست آورید.

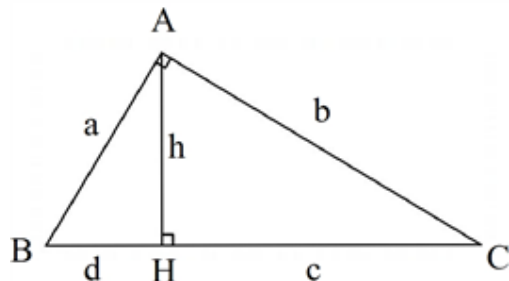


۹۰ با توجه به شکل، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$a = 2, h = 1, d = ?, b = ?$$

۹۱ با توجه به شکل، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$d = 1, c = 3, h = ?, a = ?$$

۹۲ الف) دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. اگر مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۵ باشد، احتمال آنکه هر دو عدد رو شده فرد باشد را به دست آورید.

ب) اگر A و B دو پيشامد مستقل و $P(A) = 4P(B) = 0.4$ باشد، مقدار $P(A \cup B)$ را بیابید.

۹۳ درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.
الف) اگر عدد ثابت ۲ را در همه داده ها ضرب کنیم، ضریب تغییرات تغییر نمی کند.
ب) اگر همه داده ها را با عدد ثابت ۵ جمع کنیم واریانس ۲۵ برابر می شود.

۹۴ درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید.
الف) میانگین داده های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ برابر ۴ است.

ب) واریانس داده های ۱, ۳, ۵ برابر $\frac{8}{3}$ است.

۹۵ آیا در تابع $f(x) = \sqrt{5x - x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{5 - x}$ برابر هستند؟ چرا؟

$$A = \tan\left(\frac{8\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \sin(66^\circ) \cotg(-30^\circ) =$$

۹۷ اگر $f(x) = x + 1$ و $g(x) = \frac{5x + 4}{x - 3}$ باشند آنگاه دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

۹۸ اگر وارون تابع $f(x) = ax + 4$ از نقطه $\left(5, \frac{5}{3}\right)$ بگذرد، آنگاه ضابطه وارون f را به دست آورید.

۹۹ اگر $f(x) = \frac{3x + a}{x - 1}$ تابعی ثابت باشد:

الف) a را به دست آورید.

ب) دامنه تابع f را بنویسید.

ج) نمودار تابع f را رسم کنید.

۱۰۰ اگر وارون تابع $f(x) = mx + 3$ از نقطه $(2, 1)$ بگذرد، آنگاه ضابطه وارون f را به دست آورید.

۱

$$D_f = D_g = R$$

$$x \neq \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{9x^2 - 1}{3x - 1} = \frac{(3x - 1)(3x + 1)}{3x - 1} = 3x + 1 = ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = g\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow 2c + 5 = 3\left(\frac{1}{3}\right) + 1 \Rightarrow 2c + 5 = 2 \Rightarrow c = -\frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow 3t^2 + 1 \cdot t = 8 \Rightarrow 3t^2 + 1 \cdot t - 8 = 0 \Rightarrow (t + 4)(3t - 2) = 0$$

$$\begin{cases} t = \frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{9} \text{ ق ق} \\ t = -4 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = v \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = k \end{cases}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = v \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = v \Rightarrow \frac{v}{k} = v \Rightarrow vk = v \Rightarrow k = 1$$

$$D_f = D_g = R$$

$$x \neq 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 2v}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x^2 + 3x + 9)}{x - 2} = x^2 + 3x + 9 = g(x)$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = g(2) \Rightarrow 2m - 1 = 9 + 9 + 9 \Rightarrow 2m = 28 \Rightarrow m = 14$$

$$D_g = R \Rightarrow D_f = R$$

چون دامنه f برابر R است. بنابراین a = 1 است.

$$x \neq 1 \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x^2 + bx + c}{x - 1} = x + 4 \Rightarrow x^2 + bx + c = x^2 + 3x - 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = g(1) \Rightarrow 2d - v = 1 + 4 \Rightarrow 2d = 12 \Rightarrow d = 6$$

ضابطه تابع خطی f به صورت $f(x) = ax + b$ است.

$$(\cdot, 2) \in f \Rightarrow a(\cdot) + b = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$(\cdot, 6) \in f^{-1} \Rightarrow (6, \cdot) \in f \Rightarrow 6a + 2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + 2 \Rightarrow y - 2 = -\frac{1}{3}x \Rightarrow x = -3y + 6 \Rightarrow f^{-1}(x) = -3x + 6$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{x+2}{x+5} \Rightarrow x(x+5) = (x+1)(x+2)$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x = x^2 + 3x + 2 \Rightarrow x = 2$$

۲

$$\sqrt{\frac{x+1}{3x+1}} + \sqrt{\frac{4(3x+1)}{x+1}} = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{3x+1}} + 2\sqrt{\frac{3x+1}{x+1}} = 3$$

$$\sqrt{\frac{x+1}{3x+1}} = t \Rightarrow t + \frac{2}{t} = 3 \xrightarrow{\times t} t^2 + 2 = 3t \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-2) = 0$$

$$\begin{cases} t=1 \Rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{3x+1}} = 1 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}} \frac{x+1}{3x+1} = 1 \Rightarrow 3x+1 = x+1 \Rightarrow x=0 \text{ ق ق} \\ t=2 \Rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{3x+1}} = 2 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}} \frac{x+1}{3x+1} = 4 \Rightarrow 12x+4 = x+1 \Rightarrow 11x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{11} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$R_f = (-2, +\infty)$$

$$\left(\frac{1}{y}\right)^{b+x} > \cdot \xrightarrow{+a} a + \left(\frac{1}{y}\right)^{b+x} > a \Rightarrow y > a \Rightarrow a = -2$$

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{y}\right)^{b+x} \xrightarrow{(\cdot, -1)} -2 + \left(\frac{1}{y}\right)^b = -1 \Rightarrow \left(\frac{1}{y}\right)^b = 1$$

$$\Rightarrow y^{-b} = y \Rightarrow b = 0$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{y} + x\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{y} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{y} + x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{y}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{y} - x\right) = \sin x$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{y} + x\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{y} + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{y} + x\right) = -\cot x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin^2\left(\frac{5\pi}{y} + x\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{y}\right) = \tan^2\left(\frac{5\pi}{y} + x\right) \cdot \tan^2(\pi - x)$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = (-\cot x)(-\tan x)$$

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \cot x \cdot \tan x = 1 \end{cases}$$

$$\text{الف) } f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(2 \times \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(2 \times \frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{3} + \frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{12}\right)$$

$$= -\sin\frac{\pi}{12} = -\frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{r} + \theta\right) = \sin\left(r\pi + \frac{\pi}{r} + \theta\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{r} + \theta\right) = -\cos\theta$$

$$\sin(r\pi + \theta) = -\sin\theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{r} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\cos(\sqrt{\pi} + \theta) = -\cos\theta$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{r} + \theta\right) + \sin(r\pi + \theta)}{\cos\left(\frac{\pi}{r} - \theta\right) - r\cos(\sqrt{\pi} + \theta)} &= \frac{-\cos\theta - \sin\theta}{\sin\theta + r\cos\theta} \xrightarrow{\div \cos\theta} \frac{-1 - \tan\theta}{\tan\theta + r} \\ &= \frac{-1 - r}{r + r} = -\frac{r}{r} = -1 \end{aligned}$$

$$R_f = (r, +\infty)$$

$$r^{x+b} > \cdot \xrightarrow{+a} a + r^{x+b} > a \Rightarrow y > a \Rightarrow a = r$$

$$f(x) = r + r^{x+b} \xrightarrow{(r, r)} r + r^{r+b} = r \Rightarrow r^{r+b} = r \Rightarrow r + b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$f(x) = r + r^{x-1} \Rightarrow f(-1) = r + r^{-r} = r + \frac{1}{r} = \frac{r}{r}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1 - \cos rx}{\sin^r \delta x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{r \sin^r\left(\frac{r}{r}x\right)}{\sin^r \delta x} = \frac{r \times \frac{r}{r}}{r \delta} = \frac{r}{\delta}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{[x]x^r + x - r}{x^r - rv} = \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{rx^r + x - r}{x^r - rv} = \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{(x-r)(rx+1)}{(x-r)(x^r + rx + 9)} = \frac{19}{rv}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow r} r = r$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow r^-} \frac{[x]x^r - r}{x^r - vx + 1} = \lim_{x \rightarrow r^-} \frac{x^r - r}{x^r - vx + 1} = \lim_{x \rightarrow r^-} \frac{(x-r)(x+r)}{(x-r)(x-\delta)} = \frac{r+r}{r-\delta} = -\frac{r}{r}$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] + f(1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = [r^-] + 1 + r = 1 + 1 + r = \delta$$

$$\log_{\frac{r}{r}}(x+1) + \log_{\frac{r}{r}}(x+v) = r \Rightarrow \log_{\frac{r}{r}}(x+1)(x+v) = r \Rightarrow x^r + \lambda x + v = r^r$$

$$\Rightarrow x^r + \lambda x + v - rv = \cdot \Rightarrow x^r + \lambda x - r = \cdot \Rightarrow (x+1)(x-r) = \cdot$$

$$\begin{cases} x = r \text{ ق ق} \\ x = -1 \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2} \times \frac{\sqrt{2x} + 2}{\sqrt{2x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 4}{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x - 2)}{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)}$$

$$= \frac{2}{2 + 2} = \frac{1}{2}$$

$$f(2) = a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x - b = 6 - b$$

$$\begin{cases} a + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ 6 - b = \frac{1}{2} \Rightarrow -b = \frac{1}{2} - 6 \Rightarrow -b = -\frac{11}{2} \Rightarrow b = \frac{11}{2} \end{cases}$$

فاصله نقطه $(2, -1)$ تا خط $y = 3x + 1$ برابر شعاع دایره است. ۱۹

$$y = 3x + 1 \Rightarrow 3x - y + 1 = 0$$

$$r = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6 + 1 + 1|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{8}{\sqrt{10}} \right)^2 = \pi \times \frac{64}{10} = 6.4\pi$$

$$\bar{X} = 13 \Rightarrow \bar{X}' = 2\bar{X} + 1 = 2(13) + 1 = 27$$

$$\sigma = 5 \Rightarrow \sigma' = |2| \sigma = 2 \times 5 = 10$$

$$CV' = \frac{\sigma'}{\bar{X}} = \frac{10}{27} = \frac{2}{2.7}$$

(الف) ۲۱

$$5x^2 - 15x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{15}{5} = 3 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{a}{5} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (3)^2 - 2\left(\frac{a}{5}\right) = 9 - \frac{2a}{5}$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} 5\alpha^2 - 15\alpha + a = 0 \Rightarrow 5\alpha^2 - 15\alpha = -a \xrightarrow{\div 5} \alpha^2 - 3\alpha = -\frac{a}{5}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha = 39 \Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{9 - \frac{2a}{5}} + \underbrace{\alpha^2 - 3\alpha}_{-\frac{a}{5}} = 39 \Rightarrow 9 - \frac{2a}{5} - \frac{a}{5} = 39 \Rightarrow \frac{-3a}{5} = 30$$

$$\Rightarrow a = -50$$

(ب)

$$\xrightarrow{a=-50} 5x^2 - 15x - 50 = 0 \xrightarrow{\div 5} x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

۲۲

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{\delta - \sqrt{\gamma}}{\gamma} + \frac{\delta + \sqrt{\gamma}}{\gamma} = \frac{10}{\gamma} = 5 \\ P = \alpha\beta = \left(\frac{\delta - \sqrt{\gamma}}{\gamma}\right)\left(\frac{\delta + \sqrt{\gamma}}{\gamma}\right) = \frac{\gamma\delta - \gamma}{\gamma^2} = \frac{18}{\gamma^2} = \frac{9}{\gamma} \end{cases}$$

$$x^{\gamma} - Sx + P = 0 \Rightarrow x^{\gamma} - 5x + \frac{9}{\gamma} = 0$$

۲۳

$$f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{\gamma} + x\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{\gamma} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{\gamma} + x\right) = \cos x$$

$$g(x) = \cos x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$ بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

۲۴

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

۲۵

$$\text{الف)} \left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x+1} = (5^{-2})^{x-1} = (5^3)^{2x+1} \Rightarrow 5^{-2x+2} = 5^{6x+3}$$

$$\Rightarrow -2x + 2 = 6x + 3 \Rightarrow -8x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$$

$$\text{ب)} \log_5(x^{\gamma} + 1) = 1 + \log_5(3x - 5) = \log_5(x^{\gamma} + 1) = \log_5 5 + \log_5(3x - 5)$$

$$\Rightarrow \log_5(x^{\gamma} + 1) = \log_5(15x - 25) \Rightarrow x^{\gamma} + 1 = 15x - 25 \Rightarrow x^{\gamma} - 15x + 26 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 13) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = 13 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۲۶

$$\sqrt{x+3} = x-3 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}} x+3 = (x-3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x+3$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = 6 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۲۷

$$D_f = (3, +\infty) \Rightarrow x > 3 \Rightarrow -b = 3 \Rightarrow b = -3$$

$$x + b > 0 \Rightarrow x > -b$$

$$f(x) = a - \log_{\gamma} \frac{(x-3)^{A(2/5, \cdot)}}{\gamma} = 0 \Rightarrow a - \log_{\gamma} \frac{\cdot/5}{\gamma} = 0$$

$$\Rightarrow a - \log_{\gamma} \gamma^{-1} = 0 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

۲۸

اگر طول از مبدأ ۴ باشد، یعنی خط از نقطه (۴, ۰) می‌گذرد.

$$(4, 0) \Rightarrow (a-1) \times 4 - b(0) = 12 \Rightarrow 4a - 4 = 12 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۲ باشد، یعنی خط از نقطه (۰, ۲) می‌گذرد.

$$(0, 2) \Rightarrow (a-1) \times 0 - b(2) = 12 \Rightarrow -2b = 12 \Rightarrow b = -6$$

$$\text{الف) } \frac{x}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x+5}{x^2-4} \xrightarrow{\times(x+2)(x-2)} x(x-2) + x+2 = x+5$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + x + 2 - x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق} \\ x = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق غ} \\ x = 7 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$D_f = (-2, +\infty) \Rightarrow x > -2 \Rightarrow -b = -2 \Rightarrow b = 2$$

$$x+b > 0 \Rightarrow x > -b$$

$$f(x) = a + \text{Log}_2(x+b) \xrightarrow{A(-1,0)} 0 = a + \text{Log}_2(-1+2) \Rightarrow a + \text{Log}_2 1 = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-2 + 5 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left(-\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(75^\circ) = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(225^\circ) = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$A = (-\sqrt{3})\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)(1) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\overbrace{7 \text{ و } 9 \text{ و } 13 \text{ و } 17 \text{ و } 19 \text{ و } 25 \text{ و } 29} \\ \downarrow \quad \downarrow$$

چارک دوم چارک اول

$$\bar{X} = \frac{7+9+13+17+19+25+29}{7} = \frac{119}{7} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{(7-17)^2 + (9-17)^2 + (13-17)^2 + (17-17)^2 + (19-17)^2 + (25-17)^2 + (29-17)^2}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{100 + 64 + 16 + 0 + 4 + 64 + 144}{7} = \frac{392}{7} = 56$$

$$\sigma = \sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = 2\sqrt{14}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{2\sqrt{14}}{17}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$A \cap B = \{(2, 5), (5, 2)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

(الف)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

(ب)

$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{1}{18} \\ P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

بنابراین دو پیشامد A و B مستقل نیستند.

$$\text{Log} \sqrt[3]{12} = \text{Log} 12^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \text{Log} 12 = \frac{1}{3} \text{Log} 2^2 \times 3 = \frac{1}{3} (2 \text{Log} 2 + \text{Log} 3)$$

$$= \frac{1}{3} (2m + n) = \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}n$$

$$\text{الف} \left) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \cdot$$

$$\text{ب} \left) \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \cdot \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \text{حد ندارد}$$

$$\text{پ} \left) \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -2 \\ f(-1) = \cdot \end{cases} \Rightarrow \text{در } x = -1 \text{ پیوستگی راست ندارد}$$

تابع f در $x = -1$ پیوستگی راست ندارد، بنابراین تابع در بازه $[-1, 2]$ پیوسته نیست.

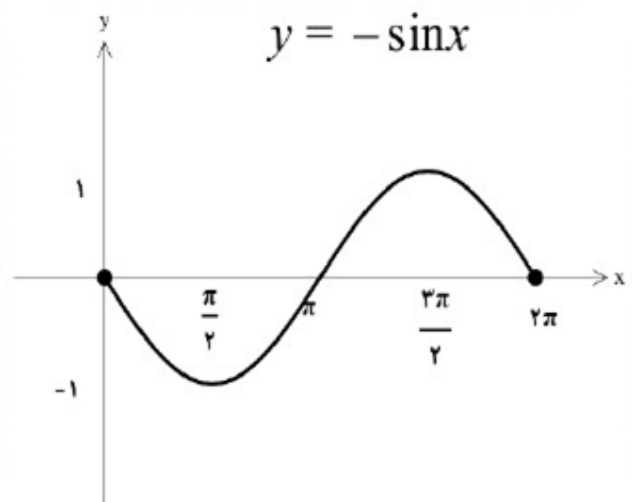
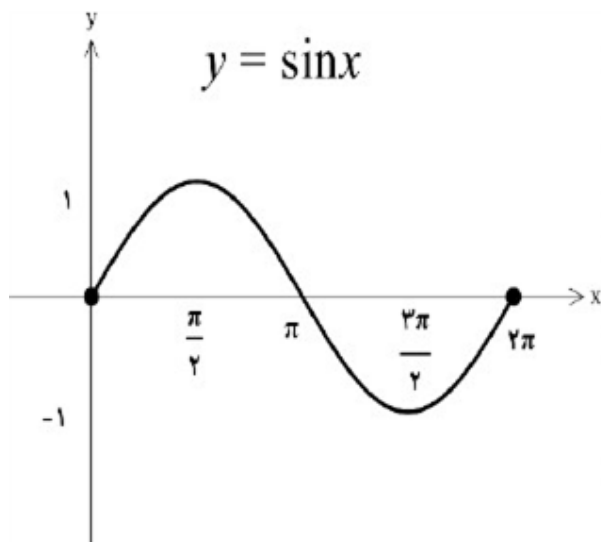
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \\ f(3) = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع } f \text{ در } x = 3 \text{ پیوستگی چپ ندارد}$$

تابع f در $x = 3$ پیوستگی چپ ندارد. بنابراین در بازه $[-1, 3]$ پیوسته نیست.اگر طول از مبدأ ۲ باشد، یعنی خط از نقطه $(2, 0)$ می‌گذرد.

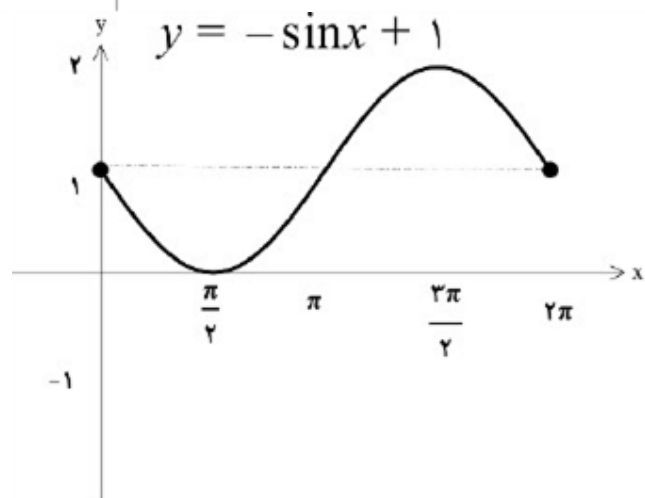
$$(2, 0) \Rightarrow (m - 2) \times 2 + 2n(0) = 10 \Rightarrow 2m - 4 = 10 \Rightarrow 2m = 14 \Rightarrow m = 7$$

اگر عرض از مبدأ برابر ۳ باشد، یعنی خط از نقطه $(0, 3)$ می‌گذرد.

$$(0, 3) \Rightarrow (m - 2) \times 0 + 2n(3) = 10 \Rightarrow 6n = 10 \Rightarrow n = \frac{10}{6} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$



۳۹



$$\theta = r \cdot \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{9}$$

$$l = r\theta = r \times \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{9} \text{ cm}$$

$$\text{Log } \sqrt{\cdot / v \Delta} = \text{Log } \sqrt{\frac{r}{r}} = \frac{1}{r} \text{Log } \frac{r}{r} = \frac{1}{r} (\text{Log } r - \text{Log } r) = \frac{1}{r} (\text{Log } r - r \text{Log } r)$$

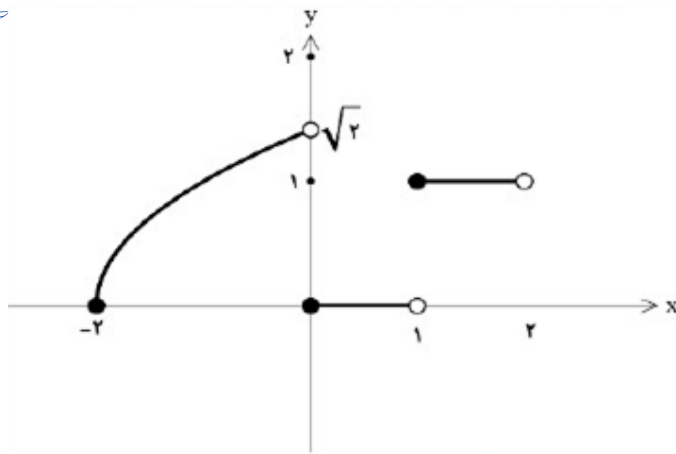
$$= \frac{1}{r} (b - ra) = \frac{1}{r} b - a$$

$$\frac{f}{g} = \{(r, -r)\}$$

۴۰

۴۱

۴۲



$$D_f = [-2, 2]$$

$$R_f = [0, \sqrt{2}]$$

۴۳

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(-2) - 2(4) + 12|}{\sqrt{(4)^2 + (-2)^2}} = \frac{|-8|}{\sqrt{20}} = \frac{8}{\sqrt{20}}$$

۴۴

$$\sqrt{x+1} = x-5 \Rightarrow x+1 = (x-5)^2 \Rightarrow x+1 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ (غ ق ق)} \quad x = 8 \text{ (ق ق)}$$

۴۵

$$\text{الف) } 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 \quad Q_r = 23$$

۴۶

$$\text{ب) } \bar{x} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{81 + 36 + 9 + 0 + 9 + 36 + 81}{7} = \frac{252}{7} = 36 \Rightarrow \sigma = 6$$

$$cv = \frac{6}{17}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)(4+2x+x^2)}{(x-2)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4+2x+x^2}{-(x+5)} = -\frac{12}{7}$$

۴۷

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{[x]+1} = \frac{1}{3}$$

پ) خیر

ب) ۱

الف) وجود ندارد

۴۸

$$b = -2$$

۴۹

$$(2/5, \cdot) \in f \Rightarrow \cdot = a + \log_2(2/5 - 2) \Rightarrow a + \log_2(2^{-1}) = \cdot \Rightarrow a - 1 = \cdot \Rightarrow a = 1$$

$$\log\left(\frac{\sqrt{27}}{16}\right) = \log(\sqrt{27}) - \log(16) = \log\left(27^{\frac{1}{2}}\right) - \log(2^4) = \frac{3}{2}n - 4m$$

۵۰

۵۱

$$\text{الف}) ۲^{-۸x+۴} = ۲^{۵-۵x} \Rightarrow -۸x + ۴ = ۵ - ۵x \Rightarrow x = \frac{-۱}{۳}$$

(ب) روش اول:

$$\begin{aligned} \text{Log} \frac{(x^۳ - ۱)}{۳} - \text{Log} \frac{(x + ۳)}{۳} &= ۱ \Rightarrow \text{Log} \left(\frac{x^۳ - ۱}{x + ۳} \right) = ۱ \Rightarrow \frac{x^۳ - ۱}{x + ۳} = ۳ \\ \Rightarrow x^۳ - ۳x - ۱۰ &= ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵ \\ x = -۲ \end{cases} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

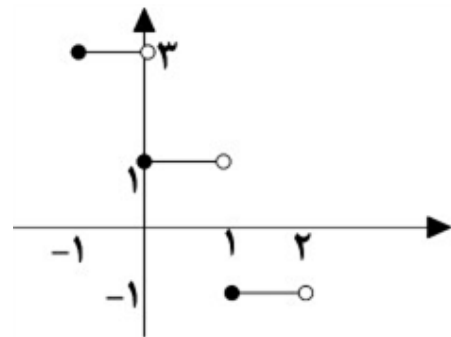
$$\begin{aligned} \text{Log} \frac{(x^۳ - ۱)}{۳} &= \text{Log} \frac{(۳)}{۳} + \text{Log} \frac{(x + ۳)}{۳} \Rightarrow \text{Log} \frac{(x^۳ - ۱)}{۳} = \text{Log} \frac{(۳x + ۹)}{۳} \\ \Rightarrow x^۳ - ۱ &= ۳x + ۹ \Rightarrow x^۳ - ۳x - ۱۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵ \\ x = -۲ \end{cases} \end{aligned}$$

۵۲

$$۱۵^\circ = \frac{\pi}{۱۲}$$

$$L = ۹ \times \frac{\pi}{۱۲} = \frac{۳\pi}{۴}$$

۵۳



۵۴

$$\text{الف}) \left. \begin{matrix} C_1 = C_۲ \\ B = E \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{BC=x} \frac{x}{۷-x} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x = ۳$$

(ب) راه حل اول:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{BC}{BC + CE} = \frac{۳}{۷} \Rightarrow BC = ۳$$

راه حل دوم:

۵۵

$$\frac{x+۲}{۲x+۹} = \frac{x}{۲x+۴} \Rightarrow x = ۸$$

$$\frac{x}{۲x+۴} = \frac{y}{۱۴} \Rightarrow \frac{۸}{۲۸} = \frac{y}{۱۴} \Rightarrow y = ۴$$

۵۶ ابتدا معادله خط AB را حساب می‌کنیم و سپس فاصله نقطه C تا خط AB برابر ارتفاع است.

$$m_{AB} = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۲ - ۰}{۰ - ۱} = -۲ \Rightarrow y - y_۱ = m(x - x_۱)$$

$$\Rightarrow y - ۰ = -۲(x - ۱) \Rightarrow y = -۲x + ۲ \Rightarrow ۲x + y - ۲ = ۰$$

$$CH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|۲(۵) + ۷ - ۲|}{\sqrt{۲^۲ + ۱^۲}} = \frac{۱۵}{\sqrt{۵}} \Rightarrow CH = \frac{۱۵\sqrt{۵}}{۵} = ۳\sqrt{۵}$$

ابتدا نقطه M (وسط AC) را محاسبه می‌کنیم و خط گذرنده از BM را به دست می‌آوریم.

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{2 + 4}{2}\right) \Rightarrow M(0, 3)$$

$$m_{BM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{3 - 0} = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 3 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 3$$

فاصله نقطه $(-1, 1)$ تا خط $3x + 4y + 9 = 0$ برابر شعاع دایره است.

$$r = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-3 + 4 + 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$P = 2\pi r = 2\pi \times 2 = 4\pi$$

$$\xrightarrow{x^2=t} t^2 - vt + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \\ t=5 \Rightarrow x^2=5 \Rightarrow x=\pm\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{Log} \frac{\sqrt[3]{2}}{11} = \text{Log} \sqrt[3]{2} - \text{Log} 11 = \text{Log} 2^{\frac{1}{3}} - \text{Log} 3^2 = \frac{1}{3} \text{Log} 2 - 2 \text{Log} 3 = \frac{a}{3} - 2b$$

(الف) ۶۱

$$(-v, \delta) \in f^{-1} \Rightarrow (\delta, -v) \in f \Rightarrow -v = a(\delta) + 3 \Rightarrow \delta a = -10 \Rightarrow a = -2$$

$$\xrightarrow{a=-2} f(x) = -2x + 3 \Rightarrow y = -2x + 3 \Rightarrow 2x = 3 - y \Rightarrow x = \frac{3-y}{2}$$

$$\xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{3-x}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3-x}{2}$$

(ب)

$$(f + f^{-1})(1) = f(1) + f^{-1}(1) = -2(1) + 3 + \frac{3-1}{2} = -2 + 3 + 1 = 2$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{1 \text{ و } 7 \text{ و } 9 \text{ و } 11 \text{ و } 19 \text{ و } 20 \text{ و } 24} \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ \text{چارک سوم} \quad \text{چارک دوم} \end{array}$$

(ب)

$$\bar{X} = \frac{1+7+9+11+19+20+24}{7} = \frac{91}{7} = 13$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-13)^2 + (7-13)^2 + (9-13)^2 + (11-13)^2 + (19-13)^2 + (20-13)^2 + (24-13)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{144+36+16+4+36+49+121}{7} = \frac{406}{7} = 58$$

$$\sigma = \sqrt{58}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{58}}{13}$$

۶۳ نیست.

۶۴ فاصله نقطه $(-1, 5)$ تا خط $3x + 4y + 3 = 0$ برابر شعاع دایره است.

$$r = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-3 + 20 + 3|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$S = \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

$$f(x) = \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$ بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

$$(2f - g)(-2) = 2f(-2) - g(-2) = 2(2 + \sqrt{7+2}) - 1 = 18 - 1 = 17$$

$$(2f - g)(2) = 2f(2) - g(2) = 2(5 + \sqrt{3+1}) - 9 = 2(7) - 9 = 5$$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = -1 + 3^{3\left(\frac{5}{3}\right) - 1} = -1 + 3^{5-1} = -1 + 3^4 = -1 + 81 = 80$$

۶۸ (الف)

(ب) باید تابع را برابر ۸ قرار دهیم و x را به دست آوریم:

$$-1 + 3^{2x-1} = 8 \Rightarrow 3^{2x-1} = 9 \Rightarrow 3^{2x-1} = 3^2 \Rightarrow 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} ax^2 + x - 1 = 9a + 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} ax + 4 = 3a + 4 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 9a + 2 - (3a + 4) = 16$$

$$\Rightarrow 9a + 2 - 3a - 4 = 16 \Rightarrow 6a - 2 = 16 \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3$$

۷۰

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ax^2 + 1 = 4a + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ax - 5 = 2a - 5 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4a + 1 - (2a - 5) = 1 \\ \Rightarrow 4a + 1 - 2a + 5 = 1 \Rightarrow 2a + 6 = 1 \Rightarrow 2a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

۷۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + mx = (2)^2 + m(2) = 4 + 2m = 12 \Rightarrow 2m = 8 \Rightarrow m = 4 \\ \xrightarrow{m=4} f(2) + f(4) = 2(4) - 1 + (4)^2 + 4(4) = 8 + 16 + 16 = 40$$

۷۲

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \text{حد ندارد}$$

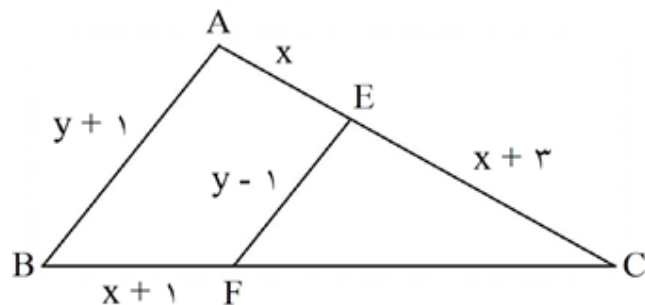
$$\text{د) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \cdot \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \cdot \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \cdot$$

۷۳

$$\triangle ABC, \triangle EDC \Rightarrow \begin{cases} \angle B = \angle D = 90^\circ \\ \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو زاویه} \Rightarrow \text{متشابه هستند}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{EC}{AC} = \frac{12}{4} = 3 = K \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = K^2 = 9$$

۷۴



$$EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{4x+3} = \frac{x+5}{4x+6} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 2x^2 + 13x + 15 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow y = 5$$

درست ۷۵

$$BH^r = AB^r - AH^r = ١٠\lambda \Rightarrow BH = ٦\sqrt{٣}$$

$$AB^r = BH \times BC \Rightarrow BC = \frac{١٣^r}{٦\sqrt{٣}} = ٨\sqrt{٣}$$

$$CH = BC - BH = ٢\sqrt{٣}$$

$$AC^r = CH \times BC = ٢\sqrt{٣} \times ٨\sqrt{٣} = ٣٨ \Rightarrow AC = ٢\sqrt{٣}$$

$$\frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{٢}{١٠} = \frac{٦}{٢x + ٥} \Rightarrow ٢x + ٥ = \frac{٦ \times ١٠}{٢} = ١٥ \Rightarrow x = ٥$$

$$\frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow \frac{٢}{٦} = \frac{y}{٩} \Rightarrow y = ٣$$

$$\bar{X} = ٨$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{٨٨}{٥}} = \sqrt{١٧/٥}$$

میانہ

$$١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢٠$$

$$Q_7 = ١٧/٥$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{١٧٠}{١٠} = ١٧$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{٩ + ٢ + ٠ + ١ + ٢ + ٩ + ٩ + ١٦ + ١ + ١}{١٠}} = \sqrt{٥/٢}$$

$$\bar{x} = ٢ \times ٣ + ٥ = ١١$$

(الف) ٨١

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{٢}}{٣}$$

(ب)

$$p(A) \times p(B) \quad ٨٢$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = . / ٦ + . / ٧ - . / ٢٢ = . / ٨٨$$

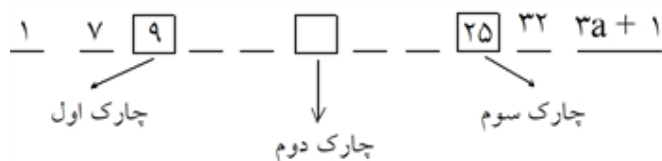
$$DC^r = DB^r - BC^r = ١٦ \Rightarrow DC = ٢$$

$$\left. \begin{matrix} D_1 = D_7 \\ A = C \end{matrix} \right\} ADE \sim CDB \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow \frac{AD}{٢} = \frac{٢}{٥} \Rightarrow AD = \frac{١٦}{٥}$$

$$AC^r = CH \times BC \Rightarrow ٣٦ = ٢ \times BC \Rightarrow BC = ٩$$

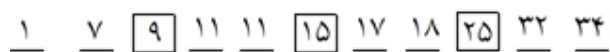
$$HB = BC - HC = ٩ - ٢ = ٥$$

$$AB^r = BH \times BC \Rightarrow AB^r = ٥ \times ٩ \Rightarrow AB = ٣\sqrt{٥}$$



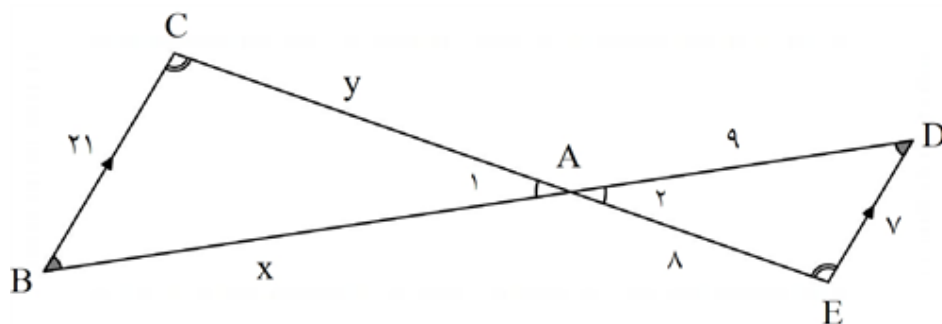
بنابراین داده‌های $a, a, 15, 17, 18$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر $14/4$ است.

$$\frac{a + a + 15 + 17 + 18}{5} = 14/4 \Rightarrow 2a + 50 = 72 \Rightarrow 2a = 22 \Rightarrow a = 11$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{32 + 34}{2} = 33$$



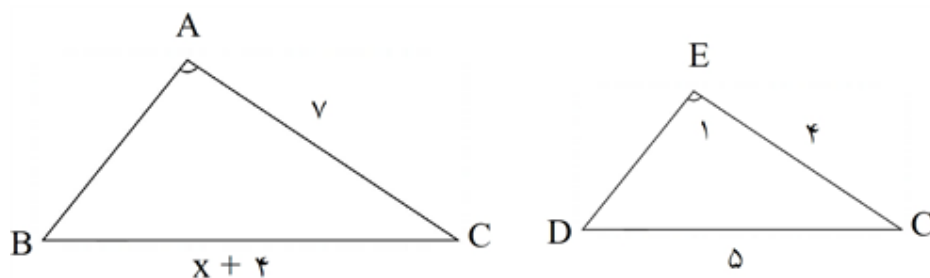
$$\begin{aligned} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{C} = \widehat{E} \\ \widehat{B} = \widehat{D} \end{array} \right. &\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD} \\ \Rightarrow \frac{y}{8} = \frac{21}{7} = \frac{x}{9} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{y}{8} = 3 \Rightarrow y = 24 \\ \frac{x}{9} = 3 \Rightarrow x = 27 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 21 + x + y = 21 + 24 + 27 = 72$$

$$\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

(الف) ۸۸

(ب)



$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{E} \\ \widehat{C} \text{ مشترک} \end{array} \right. &\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC \Rightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow \frac{7}{5} = \frac{x+4}{16} \\ \Rightarrow 4x + 16 = 35 &\Rightarrow 4x = 35 - 16 \Rightarrow 4x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{4} \end{aligned}$$

با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم: ۹۰

$$\begin{aligned} a^2 &= h^2 + d^2 \Rightarrow 4 = 1 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{3} \\ h^2 &= dc \Rightarrow 1 = \sqrt{3}c \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = d + c = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = \frac{4\sqrt{3}}{3} \\ a \times b &= h \times BC \Rightarrow 2 \times b = 1 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم: ۹۱

$$\begin{aligned} h^2 &= dc \Rightarrow h^2 = 1 \times 3 \Rightarrow h = \sqrt{3} \\ h^2 + d^2 &= a^2 \Rightarrow 3 + 1 = a^2 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

الف) اگر B را مجموع اعداد کمتر از ۵ و A را دو عدد رو شده فرد در نظر بگیریم، آنگاه داریم: ۹۲

$$\begin{aligned} n(S) &= 6 \times 6 = 36 \\ B &= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \\ A \cap B &= \{(1, 1), (1, 3), (3, 1)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \\ P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} P(A) &= 4P(B) = 0.4 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 0.4 \\ P(B) = 0.1 \end{cases} \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.4 + 0.1 - 0.4 \times 0.1 = 0.5 - 0.04 = 0.46 \end{aligned}$$

الف) درست ۹۳

ب) نادرست

الف) درست ۹۴

ب) درست

$$\begin{aligned} D_f : 5x - x^2 &\geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 5 \Rightarrow D_f = [0, 5] \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ 5 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5 \end{cases} &\xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq x \leq 5 \Rightarrow D_g = [0, 5] \\ D_f &= D_g \\ g(x) &= \sqrt{x} \sqrt{5-x} = \sqrt{5x - x^2} = f(x) \end{aligned}$$

بنابراین دو تابع f و g برابر هستند.

۹۵

$$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}, \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(66^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cotg(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-1}{2}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \left\{3, -\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x+1}{\frac{5x+4}{x-2}} = \frac{(x+1)(x-2)}{5x+4}$$

$$\left(\frac{5}{3}, 5\right) \in f \Rightarrow 5 = \frac{5}{3}a + 4 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

$$y = \frac{3}{5}x + 4 \Rightarrow y - 4 = \frac{3}{5}x \Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5}{3}(x - 4)$$

توجه: جواب $f^{-1}(x) = \frac{5x-20}{3}$ برای وارون تابع نیز صحیح است.

الف) تابع ثابت است، بنابراین به ازای همه مقادیر برابر است. بنابراین:

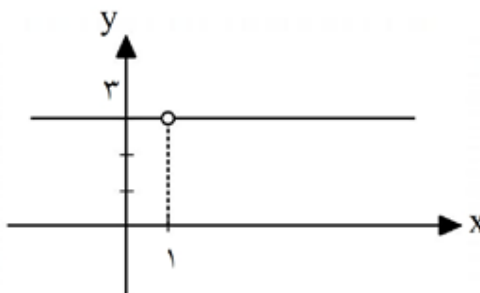
$$\begin{cases} f(\cdot) = \frac{a}{-1} \\ f(2) = 6 + a \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{-1} = 6 + a \Rightarrow a = -6 - a \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

(ب)

$$\xrightarrow{a=-3} f(x) = \frac{3x-3}{x-1} \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

(ج)

$$f(x) = \frac{3x-3}{x-1} = \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$$



$$(2, 1) \in f^{-1} \Rightarrow (1, 2) \in f \Rightarrow 2 = m(1) + 3 \Rightarrow m = -1$$

$$f(x) = -x + 3 \Rightarrow y = -x + 3 \Rightarrow x = -y + 3 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = -x + 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 3$$

